

গণিতবিদদের মজার গণিত

ব্রীতা ইমার্গাট

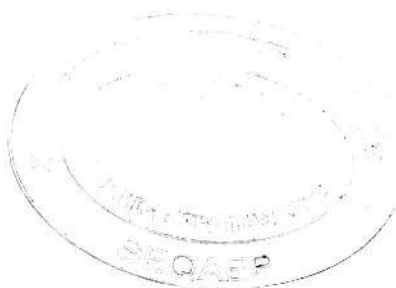
অনুবাদ। এইচ. কে রুমী

গণিতবিদদের মজার গণিত

ব্রীতা ইমার্গাট

অনুবাদ

এইচ. কে রুমী



অধুনা প্রকাশন

একমাত্র পরিবেশক : সময় প্রকাশন

গণিতবিদদের মজার গণিত

মূল : ব্রীতা ইমার্গটি

অনুবাদ : এইচ. কে রুমী

স্বত্ব : প্রকাশক

দ্বিতীয় মুদ্রণ : জানুয়ারি ২০১২

প্রথম প্রকাশ : অক্টোবর ২০০৯



অধুনা

অধুনা ০৭৯

প্রকাশক

নূরুন্নাহার চৌধুরী

অধুনা প্রকাশন

৩৮/২ক বাংলাবাজার, ঢাকা

প্রচ্ছদ

ধ্রুব এষ

কম্পোজ

মেঘনা কম্পিউটার্স

বাংলাবাজার, ঢাকা ১১০০

মুদ্রণ

একুশে প্রিন্টার্স

শিংটোলা, ঢাকা

মূল্য : ১৫০.০০ টাকা মাত্র

GANITBIDDER MOJAR GONIT (Master Math : Solving Word Problems by Brita Immergut) Translated & Edited by H. K Rumi. First Published : October 2009, 2nd Print in January 2012 by Noorun Nahar Chowdhury, Adhuna Prakashan, 38/2ka Banglabazar, Dhaka 1100.

Price : Tk. 150.00 Only

ISBN 984 70113-0079-5

Code : 979

পুস্তক বিক্রয় কেন্দ্র : 'সময় . . .' প্রাজা এ. আর (৪র্থ তলা), সড়ক ১৪ (নতুন)

পানামন্ডি (মিরপুর রোড, সোবহানবাগ মসজিদের পাশে), ঢাকা। ফোন : ৯১১৬৮৮৫

পাঠকের প্রতি

অনেক লোকই শাব্দিক সমস্যাগুলোকে ভয় পায়। এটা কেন? হয়ত এর কারণ তাদের মনে পড়ে যায় আগে শাব্দিক সমস্যাগুলো নিয়ে তাদের সমস্যা হয়েছিল। অথবা তাদের ধারণা তারা শাব্দিক সমস্যাগুলো বুঝতে পারে না কারণ এগুলো “কঠিন”। অথবা তারা জানে না সত্যিকারের প্রশ্ন বের করার জন্য কিভাবে সমস্যাটার জট খুলতে হবে। অথবা সহজভাবে তারা জানে না কোন জায়গা থেকে শুরু করতে হবে।

এই বইয়ে তুমি শিখবে কিভাবে সমস্যাগুলো কাটানো যায়। তোমাকে বলা হবে সমস্যাগুলো ধীরে ধীরে পড়তে আর প্রথমে সংখ্যাগুলোর চেয়ে শব্দগুলোর ওপর মনোযোগ দিতে। তারপর তুমি শিখবে কিভাবে সমস্যাটাকে ছোট ছোট অংশে ভাগ করা যায় আর সমস্যাটায় উল্লেখিত জানা সংখ্যাগুলো আর তোমাকে যে অজানা সংখ্যাটা (সাধারণত x) বের করতে বলা হয়েছে সেটার তালিকা তৈরির জন্য কিভাবে সহজ ছক ব্যবহার করা যায়। সমস্যাটার সমাধানের জন্য সাধারণত একটা সমীকরণ ব্যবহৃত হয় আর যারা সমীকরণগুলোর ব্যাপারে অস্পষ্ট, তাদের জন্য পরিশিষ্টে একটা ছোট শিক্ষাক্রম রয়েছে।

এ বইয়ের অধিকাংশ সমস্যাগুলো দৈনন্দিন জীবনের পরিস্থিতি সম্পর্কিত : শতকরা এবং ছাড়; সুদ (সরল এবং জটিল বা চক্রবৃদ্ধি); তরলসমূহের মিশ্রণ এবং কঠিন পদার্থগুলোর মিশ্রণ; অনুপাত এবং সমানুপাত; আর ইংরেজি (প্রথা অনুযায়ী) এবং মেট্রিক পদ্ধতিতে পরিমাপ আর কিভাবে একটা থেকে অন্যটায় পরিবর্তন করা যায়।

এখানে আরো আছে গাড়ি, নৌকার গতি এবং ভিন্ন গতির লোকদের গতি সম্পর্কিত সমস্যা আর কত দ্রুত কাজ করা যায়, তারপর আমরা পরিসংখ্যান এবং

সম্ভাব্যতার সমস্যাগুলোর দিকে যাব, গড়, রেখাচিত্র, সম্ভাব্যতা আর সম্ভাবনা। যেখানে থাকবে গড়ানো ডাইস, ছুড়ে দেয়া মুদ্রা আর খেলার তাস টানা।

সবশেষে, তুমি শিখবে কিভাবে জ্যামিতিক চিত্র সম্বলিত শাব্দিক সমস্যাগুলো, যাতে থাকবে ত্রিভুজ, বহুভুজ, বৃত্ত আর সিলিন্ডার সমাধান করতে হবে। কোন কোন সমস্যায় থাকবে তল বা দ্বিমাত্রিক, অন্যগুলোতে ত্রিমাত্রিক জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি আর বিশ্লেষণী জ্যামিতি। প্রত্যেকটা অধ্যায়ে শুধু সমাধান করা সমস্যাই নেই, বরং অনেক অনুশীলন সমস্যাও রয়েছে। অনুশীলন সমস্যাগুলোর উত্তরগুলো বইয়ের শেষে দেয়া হয়েছে।

আমার আশা যখন তুমি এই বইটা শেষ করবে, তোমার অনুভূতি হবে আমার প্রাক্তন ছাত্রদের মত যারা আমাকে বলেছিল : “আপনার কোর্সটা নেবার আগে আমি কেঁদেছিলাম কারণ আমি শাব্দিক সমস্যাগুলো সমাধান করতে পারিনি আর এখন আমি কাঁদি কারণ আমি এত খুশি যে আমি এগুলো সমাধান করতে পারি।”

সূচিপত্র

অধ্যায়	বিষয়	পৃষ্ঠা
অধ্যায়-1	: সরল সমীকরণ সমস্যাবলি	৯
অধ্যায়-2	: শতকরা	১৯
অধ্যায়-3	: অগ্রসর পর্যায়ের বয়স সমস্যাবলি	৪১
অধ্যায়-4	: মিশ্রণ সমস্যাবলি	৪৯
অধ্যায়-5	: পরিমাপ সমস্যাবলি	৫৯
অধ্যায়-6	: হার সমস্যাবলি	৭৭
অধ্যায়-7	: পরিসংখ্যান এবং সম্ভাব্যতা	৮৯
অধ্যায়-8	: জ্যামিতি	১০৭
	অনুশীলন সমস্যাবলির উত্তরসমূহ	১৪৫

আমাদের প্রকাশিত ও পরিবেশিত গণিতের বই—

একটুখানি গণিত/গৌরাঙ্গ দেব রায়
আমাদের গণিত উৎসব/মুনির হাসান
যারা গণিত অলিম্পিয়াডে যাবে/ড. মোহাম্মদ কায়কোবাদ
শট-কাট ম্যাথ/গেরার্ড ভার্লিউ, কেলি, অনুবাদ: আসরার মাসুদ
গণিতের শতপ্রশ্ন/মো. রাশেদ তালুকদার
মজার মজার অংকগুলো/মুনরো লীফ, অনুবাদ: ড. আশরাফ সিদ্দিকী
সংখ্যাতত্ত্বের নানা কথা/সি. স্ট্যানলি ওজিলভি
জ্যামিতির সব বিখ্যাত সমস্যা ও সমাধান/বেঞ্জামিন বোল্ড
জনমিতি/ড. এম এ মতিন ও মো. নাজমুল হক
আন্তর্জাতিক গণিত অলিম্পিয়াড ও আমাদের গণিত উৎসব/মুনির হাসান
গণিতবিদদের মজার গণিত/ব্রীতা ইমার্গাট/অনুবাদ: এইচ. কে রুমী
অলিম্পিয়াড সমগ্র/মোহাম্মদ কায়কোবাদ ও মোঃ আবুল হাসান সামী
ম্যাথ ম্যাজিক (গণিতের জাদু)/স্কট ফ্লেসবার্গ/রূপান্তর: আবুল বাসার
Pi, e ও অন্যান্য মজার সংখ্যা/ড. ওয়াই ই ও অ্যাড্রিয়ান/রূপান্তর: আবুল বাসার

গণিত বিজয় করলো যারা/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
গণিত আকাশের উজ্জ্বল তারকাপুঞ্জ/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
গণিতের কুইজ ও গেমস/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
গণিতের মজার কৌশল/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
গণিত আকাশের দশ প্রমীলা/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
শূন্য আবিষ্কার ও দর্শনিক ভগ্নাংশ আবিষ্কারের ইতিহাস/প্রফেসর হারুনুর রশীদ
বাংলার প্রাচীন গণিতের হারানো সম্পদ/প্রফেসর হারুনুর রশীদ

অধ্যায়-1

সরল সমীকরণ সমস্যাবলি

Simple Equation Problems

গাণিতিক বর্ণনাত্মক সমস্যাগুলো সমাধানের জন্য আমাদের প্রায়ই সমীকরণ ব্যবহারের প্রয়োজন পড়ে। এ অধ্যায়ে, তুমি শিখবে কিভাবে বিভিন্ন ধরনের শাব্দিক সমস্যাবলি সমাধানের জন্য সরল সমীকরণসমূহ স্থাপন করা যায়। উদাহরণস্বরূপ, আমরা একটা তক্তা বা দড়িকে ছোট আর বড় টুকুরো করব আর, প্রদত্ত মোট দৈর্ঘ্য এবং অন্যান্য জিনিসগুলো থেকে আমরা হিসেব করে এ থেকে কেটে নেয়া অংশগুলোর দৈর্ঘ্য বের করব। অন্য উদাহরণগুলোতে আমরা দুটো বাচ্চার বয়স বের করব যখন আমরা জানি তাদের বয়সের পার্থক্য আর সমষ্টি কত। আমরা অন্যান্য পরিস্থিতিগুলোর দিকেও তাকাব যেখানে একজন ব্যক্তির ওজন আরেকজনের চেয়ে বেশি বা কম আর আমরা সমস্যাটায় প্রদত্ত তথ্যগুলো থেকে প্রত্যেক ব্যক্তির ওজন হিসেব করে বের করব।

তারপর, আমরা অসমতার গাণিতিক শিখব, অর্থাৎ যেখানে কোন কিছু অন্য কোন কিছুর চেয়ে বড় বা ছোট আর আরো শিখব কিভাবে সমস্যাগুলোর সমাধান করতে হয় যেখানে কোন কিছু সর্বোচ্চ এত বড় হতে পারে অথবা কোন কিছুর দাম সর্বনিম্ন এত হতে পারে।

সবশেষে, আমরা এসব শাব্দিক সমস্যাবলি নিয়ে কাজ করব যাতে সব ধরনের সংখ্যাই অন্তর্ভুক্ত থাকবে : শূন্যসহ ধনাত্মক এবং ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা; জোড় এবং বিজোড় পূর্ণসংখ্যাসমূহ; আর ধারাবাহিক পূর্ণসংখ্যাসমূহ।

শেষ উদাহরণটা তোমাকে দেখাবে কিভাবে একটা সমস্যার সমাধান করা যায় যাতে একটা দ্বিঘাত সমীকরণের ব্যবহার প্রয়োজন।

(পাদটীকা : যদি তুমি সমীকরণগুলো সমাধানের জন্য তোমার দক্ষতা ঝালিয়ে নিতে চাও, তাহলে পরিশিষ্ট দ্রষ্টব্য।)

দৈর্ঘ্য সমস্যাবলি

Length Problems

উদাহরণ :

একটা 10 ফুট লম্বা কাঠের টুকরোকে এমনভাবে কাট যাতে একটা টুকরা অন্যটার চেয়ে 2 ফুট লম্বা হয়। এ সমস্যার সমাধানের দুটো উপায় আছে :

বীজগণিত ব্যবহার করে :

একটা টুকরোর দৈর্ঘ্য ধরি x , তাহলে অন্যটা $x + 2$

একটা সমীকরণ লিখি : $x + x + 2 = 10$

সমীকরণের সমাধান করি : $2x = 8$

$$x = 4$$

$$x + 2 = 6$$

$$\text{মোট} = 10$$

অথবা, পাটীগণিত ব্যবহার করে :

$10 - 2 = 8$, পুরো টুকরো থেকে 2 ফুট সরিয়ে নাও।

$8 \div 2 = 4$, টুকরোটাকে 2 দিয়ে ভাগ কর।

$4 + 2 = 6$, 2 ফুটকে একটা টুকরোর সাথে যোগ কর।

$$\text{মোট} = 10$$

টুকরোগুলো হল 4 ফুট আর 6 ফুট।

টুকরোগুলো যোগ করে তোমার কাজ পরীক্ষা কর। একসাথে এরা ছিল 10 ফুট। সবগুলো জিনিস পরীক্ষা করতে সমস্যাটা আবার পড়।

উদাহরণ :

একটা বোর্ড অন্যটার চেয়ে দৈর্ঘ্যে 10 ইঞ্চি ছোট। একত্রে বোর্ড দুটো হল 20 ইঞ্চি। বোর্ডগুলো কতটুকু লম্বা?

লম্বা টুকরোটা ধরি x আর ছোট টুকরোটা $x - 10$

$$x + x - 10 = 20$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

$$15 - 10 = 5$$

টুকরোগুলো ছিল 5 আর 15 ইঞ্চি।

সমস্যাটা পুনরায় পড়। টুকরোগুলো যোগ করলে কী 20 ইঞ্চি হয়? একটা টুকরো কী অন্যটার চেয়ে 10 ইঞ্চি ছোট?

অনুশীলন সমস্যাবলি :

1.1 বোর্ডের ছোট টুকরোটাকে x ধরে আগের সমস্যাটার সমাধান কর।

1.2 একটা 12 ফুট লম্বা দড়িকে এমন তিনভাগে কাটা হয়েছে যে দ্বিতীয় টুকরোটা প্রথমটার চেয়ে 1 ফুট লম্বা আর তৃতীয় টুকরোটা দ্বিতীয়টার চেয়ে 1 ফুট লম্বা। টুকরোগুলোর দৈর্ঘ্য কত?

1.3 একটা 9 ফুট বোর্ডকে এমনভাবে কাটা হল যাতে একটা টুকরো অন্যটার দ্বিগুণ হয়। টুকরোগুলোর দৈর্ঘ্য কত?

1.4 একটা 80 ইঞ্চি বোর্ডকে এমনভাবে কাটতে হবে যাতে তিনটে টুকরো হয় আর একটা টুকরো অন্যটার দ্বিগুণ হয় এবং তৃতীয় টুকরোটা দ্বিতীয়টার চেয়ে 10 ইঞ্চি বড় হয়। প্রত্যেক টুকরোর দৈর্ঘ্য বের কর।

1.5 দুটো দড়ি একত্রে 275 গজ লম্বা। একটা দড়ি অন্যটার চেয়ে 50% বেশি লম্বা। দড়িগুলো কতটুকু লম্বা?

বয়স সমস্যাবলি

Age Problems

উদাহরণ :

লিয়া ট্রেসির চেয়ে 2 বছর বড়। এক্ষেত্রে মেয়ে দুটোর বয়স 10 বছর। তাদের বয়স কত?

ধরি, লিয়ার বয়স x । তাহলে ট্রেসির বয়স $x - 2$ ।

$$x + x - 2 = 10$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$x - 2 = 4$$

লিয়ার বয়স 6 বছর এবং ট্রেসির 4 বছর।

তুমি কি চিনতে পেরেছ এ সমস্যাটা প্রথম দৈর্ঘ্য সমস্যার মত?

অনুশীলন সমস্যাবলি :

1.6 এলসা খরের চেয়ে 7 বছরের ছোট। তাদের বয়সের সমষ্টি 35 বছর। তাদের বয়স কত?

1.7 ক্রিস্টিনার দাদি ক্রিস্টিনার চেয়ে 12 গুণ বেশি বয়স্ক। একত্রে তাদের বয়স 91 বছর। দাদির বয়স কত?

1.8 জেসিকা, তার মা আর তার দাদির বয়সের সমষ্টি 100 বছর। দাদির বয়স মার বয়সের দ্বিগুণ। জেসিকার মা জেসিকার চেয়ে 28 বছর বেশি বয়স্ক। দাদির বয়স কত?

1.9 এরিক আর লুকাসের বয়সের সমষ্টি 65 বছর। এরিকের বয়সের 2 গুণ, লুকাসের বয়সের 3 গুণের সমান। লোক দুজনের বয়স বের কর।

1.10 মাইকেলের বয়সকে 7 দিয়ে গুণ করা হল। তারপর 9 যোগ করা হল। ফল হল 93। মাইকেলের বয়স কত?

“এর চেয়ে বেশি” আর “এর চেয়ে কম”

শব্দগুলোর ব্যবহার

Use of the Words "More Than"
and "Less Than"

মূল শব্দগুলোর ব্যাপারে সতর্ক থেকে! অনেক লোকের বিশ্বাস যদি তারা একটা সমস্যায় “এর চেয়ে বেশি” দেখে তাহলে তাদের অবশ্যই যোগ করতে হবে আর যদি “এর চেয়ে কম” দেখে তাহলে অবশ্যই বিয়োগ করতে হবে। সবক্ষেত্রেই এটা নয়। নিচের উদাহরণগুলো দেখ :

উদাহরণ :

(a) সুয়ের ওজন আমান্ডার চেয়ে 5 পাউন্ড বেশি। যদি আমান্ডার ওজন 103 পাউন্ড হয়, সুয়ের ওজন কত?

(b) সুয়ের ওজন আমান্ডার চেয়ে 5 পাউন্ড কম। যদি সুয়ের ওজন 103 পাউন্ড হয়, আমান্ডার ওজন কত?

(c) একটা স্কুলে 2381 জন ছাত্র ভর্তি হয়েছে। এটা গত বছরের তুলনায় 53 জন ছাত্র কম। গত বছর কতজন ভর্তি হয়েছিল?

(d) একটা স্কুলে গত বছর ভর্তিকৃত ছাত্রসংখ্যা ছিল 2381 জন। এটা এ বছরের তুলনায় 53 জন কম। এ বছরের ভর্তিকৃত ছাত্রসংখ্যা কত?

প্রত্যেকটা উদাহরণে তুমি যোগ করবে না বিয়োগ?

সমাধানসমূহ :

(a) কার ওজন বেশি? সু। তাই, আমরা আমাদের 103 পাউন্ডের সাথে 5 পাউন্ড যোগ করব।

(b) কার ওজন বেশি? আমাভা। তাই, আমরা সুয়ের 103 পাউন্ডের সাথে 5 পাউন্ড যোগ করব।

(c) এ বছরের ভর্তি কী বেশি? না, এটা 53 জন কম। আমরা 2381-এর সাথে 53 জন ছাত্র যোগ করব।

(d) গত বছরের ভর্তি এ বছরের তুলনায় ছোট। আমরা 2381-এর সাথে 53 যোগ করব।

উত্তরসমূহ :

(a) এবং (b) 108 পাউন্ড; (c) এবং (d) 2434।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

1.11 একটা সংখ্যার চেয়ে 6 কম হল 20। সংখ্যাটা বের কর।

1.12 সূর্যোদয় হয়েছে 7 : 45 a.m.-এ। এটা গতকালের চেয়ে 3 মিনিট আগে। গতকাল কখন সূর্যোদয় হয়েছিল?

1.13 জলাধারের পানির উচ্চতা ছিল 67.3 ফুট। এটা এক মাস আগের চেয়ে 0.1 ফুট বেশি। এক মাস আগে পানির উচ্চতা কত ছিল?

1.14 একটা গ্রামের জনসংখ্যা 487। এটা 5 বছর আগের চেয়ে 16 জন কম। 5 বছর আগে জনসংখ্যা কত ছিল?

1.15 জোয়ানের ওজন 143 পাউন্ড। এটা তার 5 বছর আগের ওজনের চেয়ে 10 পাউন্ড বেশি। 5 বছর আগে তার ওজন কত ছিল?

অসমতায় ব্যবহৃত শব্দাবলি “সর্বনিম্ন” আর “সর্বোচ্চ”

Inequalities Using the Words

"At Least" and "At Most"

নিচের চিহ্নগুলোর শাব্দিক অনুবাদ এরকম :

$<$ এর চেয়ে কম বা ছোট

\leq এর চেয়ে কম বা এর সমান

$>$ এর চেয়ে বড়

\geq এর সমান অথবা এর চেয়ে বড়

শাব্দিক, সমস্যাবলিতে এ চিহ্নগুলোর অনুবাদ এ রকমও হতে পারে :

\leq সর্বোচ্চ

\geq সর্বনিম্ন

উদাহরণ :

অনুবাদ কর এবং সমাধান কর :

কোন সংখ্যার $1/3$, 4 -এর চেয়ে ছোট।

$$x/3 < 4$$

উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করি : $x < 12$

অজানা সংখ্যাটা 12 -এর ছোট যে কোন সংখ্যা হতে পারে।

উদাহরণ :

যদি একটা সংখ্যাকে 10 থেকে বাদ দেয়া হয়, ফল হবে সর্বোচ্চ 22

$$10 - x \leq 22$$

10 বিয়োগ করি : $-x \leq 12$

-1 দিয়ে গুণ করি : $x \geq -12$

দ্রষ্টব্য : যখন আমরা একটা অসমতাকে একটা ঋণাত্মক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করব, আমাদের অবশ্যই অসমতার চিহ্ন উল্টে দিতে হবে।

উত্তর : x যে কোন সংখ্যা হতে পারে যেটা -12 -এর সমান বা এর চেয়ে বড়।

অনুশীলন সমস্যাবলি

1.16 অসমতার চিহ্ন দ্বারা - 6 এবং - 10-এর তুলনা কর।

1.17 একটা সংখ্যা এবং 7-এর পার্থক্য 11-এর সমান বা 11-এর চেয়ে বেশি।

1.18 একটা সংখ্যার দ্বিগুণকে 19 থেকে বিয়োগ দিলে 3-এর সমান বা 3-এর চেয়ে কম হয়।

সংখ্যা সমস্যাবলি

Number Problems

সংখ্যা, সমস্যাবলি সংখ্যা নিয়ে আলোচনা করে, সাধারণত পূর্ণসংখ্যা (পূর্ণসংখ্যা, যাতে শূন্য এবং তাদের ঋণাত্মক মানগুলো অন্তর্ভুক্ত)। একবার সমস্যাটা বর্ণিত হলে একটা সমীকরণ লেখা যায়। যদি সমস্যাটাতে একটা সংখ্যা সম্পর্কে বিশেষ কিছু বলা হয়, সাধারণত সংখ্যাটাকে ধরা হয় x । প্রায়ই এসব সংখ্যাগুলো ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যা নিয়ে আলোচনা করে, যেগুলো ধারাবাহিকতা অনুসরণকারী পূর্ণসংখ্যা যেমন- 5, 6, 7, বা - 4, - 3, - 2...। ক্রমিক বিজোড় বা জোড় সংখ্যাগুলো দুই সংখ্যা দূরে থাকে, যেমন- 2, 4, 6, অথবা 1, 3, 5,.....। যদি তুমি যোগ কর $1 + 3 + 5 = 9$, আমরা বিজোড় সংখ্যাগুলোর একটা বিজোড় সমষ্টি পাই, কিন্তু $1 + 3 + 5 + 7 = 18$, চারটা বিজোড় পূর্ণসংখ্যার সমষ্টি একটা জোড় পূর্ণ সংখ্যা। ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার সমষ্টি কী কখনো বিজোড় হতে পারে?

উদাহরণ :

তিনটা ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যার সমষ্টি 6। সংখ্যাগুলোর বের কর।

ধরি, ক্ষুদ্রতম পূর্ণ সংখ্যাটা x । তাহলে অন্যগুলো $x + 1$ এবং $x + 2$

সমষ্টি : $x + x + 1 + x + 2 = 6$

$$3x + 3 = 6$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$x + 1 = 2$$

$$x + 2 = 3$$

ক্রমিক পূর্ণ সংখ্যাগুলো হল 1, 2 এবং 3।

$$\text{সমষ্টি } 1 + 2 + 3 = 6$$

উদাহরণ :

চারটা ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার সমষ্টি 44। সংখ্যাগুলো বের কর।

ধরি, পূর্ণসংখ্যাগুলো $x, x + 2, x + 4, x + 6$

$$\text{তাহলে, } x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 44$$

$$4x + 12 = 44$$

$$4x = 32$$

$$x = 8$$

$$x + 2 = 10$$

$$x + 4 = 12$$

$$x + 6 = 14$$

পূর্ণসংখ্যাগুলো হল 8, 10, 12 এবং 14।

$$\text{সমষ্টি, } 8 + 10 + 12 + 14 = 44$$

অনুশীলনী সমস্যাবলি :

1.19 পাঁচটা ক্রমিক বিজোড় পূর্ণ সংখ্যা বের কর যাদের সমষ্টি 55।

1.20 তিনটা ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার যোগফল -12 । পূর্ণসংখ্যাগুলো বের কর।

1.21 পাঁচটা ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার সমষ্টি 0। সংখ্যাগুলো বের কর।

1.22 চারটা ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার যোগফল প্রথম পূর্ণ সংখ্যাটির 5 গুণের চেয়ে 2 বেশি। প্রথম পূর্ণসংখ্যাটা বের কর।

1.23 দুটো ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যার যোগফল 14। তাদের গুণফল কত?

কোন কোন ধরনের সংখ্যা শূন্যে জটিল মনে হতে পারে, কিন্তু তাদেরও সরল সমীকরণের মাধ্যমে সমাধান করা যেতে পারে।

উদাহরণ :

তিনটা ক্রমিক বিজোড় পূর্ণসংখ্যা বের কর যাতে প্রথম পূর্ণসংখ্যার 4 গুণ অন্য দুটোর সমষ্টির সমান হয়।

ধরি, ক্ষুদ্রতম পূর্ণ সংখ্যাটা x । অন্যগুলো হল $x + 2$ এবং $x + 4$

$$4x = x + 2 + x + 4$$

$$4x = 2x + 6$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$x + x = 5$$

$$x + 4 = 7$$

বিজোড় পূর্ণসংখ্যাগুলো হল : 3, 5 এবং 7

পরীক্ষা : $4(3) = 12$ $5 + 7 = 12$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

1.24 তিনটা ক্রমিক জোড় পূর্ণ সংখ্যার বৃহত্তমটা বের কর যখন প্রথম পূর্ণ সংখ্যার ছয় গুণ, মধ্যবর্তী পূর্ণসংখ্যার পাঁচ গুণের সমান হয়।

1.25 চারটা ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার যোগফল 186। সংখ্যাগুলো বের কর।

1.26 তিনটা ক্রমিক জোড় পূর্ণসংখ্যা বের কর যেন প্রথমটার তিন গুণ অন্য দুটোর সমষ্টির সমান হয়।

1.27 একটা বিজোড় পূর্ণসংখ্যার পাঁচ গুণের সাথে পরবর্তী বিজোড় পূর্ণসংখ্যার তিন গুণ যোগ করলে হয় 62। প্রথম বিজোড় পূর্ণসংখ্যাটা বের কর।

1.28 তিনটা জোড় পূর্ণসংখ্যা বের কর, যদি প্রথমটার পাঁচ গুণ, যোগ দ্বিতীয় পূর্ণসংখ্যার দুই গুণ, যোগ তৃতীয় পূর্ণসংখ্যা সমান 40 হয়।

নিম্নোক্ত উদাহরণ এবং অনুশীলন সমস্যাগুলোর সমাধানের জন্য দ্বিঘাত সমীকরণের জ্ঞান থাকা প্রয়োজন। যদি কখনো এটা না করে থাক, তুমি হয়তো এদের বাদ দিতে চাইবে। যাই হোক, পরিশিষ্ট এদেরও ব্যাখ্যা করা হয়েছে। নিম্নোক্ত সমস্যাগুলোকে ফ্যাক্টরিং দ্বারাও সমাধান করা যেতে পারে।

উদাহরণ :

দুটো ক্রমিক পূর্ণসংখ্যার গুণফল 20। সংখ্যাগুলো বের কর।

ধরি, পূর্ণসংখ্যাদ্বয় x এবং $x + 1$

$$x(x + 1) = 20$$

$$x^2 + x = 20$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

আমরা এ সমীকরণের উৎপাদক বের করব দুটো পূর্ণ সংখ্যা বের করে যাদের গুণফল হবে -20 এবং যাদের যোগফল হবে 1 (x -এর সহগ)। পূর্ণসংখ্যাদ্বয় হল -4 এবং 5

$$(x - 4)(x + 5) = 0$$

$$x - 4 = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -5$$

$$x + 1 = 5$$

$$x + 1 = -4$$

ক্রমিক পূর্ণসংখ্যাগুলো হল 4 এবং 5 অথবা -5 এবং -4 ।

দ্রষ্টব্য : দ্বিঘাত সমীকরণগুলোতে সর্বদা দুটো সম্ভাব্য সমাধান থাকে।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

1.29 দুটো ক্রমিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার গুণফল 20 । পূর্ণসংখ্যাগুলো বের কর।

1.30 একটা সংখ্যা অন্য সংখ্যার চেয়ে 4 বেশি। তাদের গুণফল হল 5 । সংখ্যাগুলো বের কর।

1.31 দুটো ক্রমিক বিজোড় পূর্ণসংখ্যার গুণফল 15 । সংখ্যাগুলো বের কর।

1.32 দুটো সংখ্যার গুণফল 243 । একটা সংখ্যা অন্যটার তিনগুণ। সংখ্যাগুলো বের কর।

1.33 একটা সংখ্যা অন্যটার চেয়ে দুই বেশি। এদের গুণফল 440 । সংখ্যাগুলো বের কর।

অধ্যায়-2

শতকরা

Percents

এ অধ্যায়ে তুমি শিখবে কিভাবে শতকরা সমন্বিত শাব্দিক সমস্যাগুলো সমাধান করা যায়। দৈনন্দিন জীবনে, সবসময়ই ব্যাংক, পরিসংখ্যান, বিজ্ঞাপন, দোকানের ছাড় আর অনেক অন্যান্য পরিস্থিতিতে শতকরা ব্যবহৃত হয়।

আমরা সমস্যাগুলো শুরু করব শতকরা থেকে দশমিক এবং ভগ্নাংশে রূপান্তর, আর দশমিক এবং ভগ্নাংশ থেকে শতকরায় পরিবর্তন দিয়ে। আমরা আরো চাই সংখ্যাগুলোকে শতকরায় হিসেব করতে (উদাহরণস্বরূপ, 90 এর 30% কত) আর উত্তরটা ভগ্নাংশ বা দশমিকে প্রকাশ করতে।

তারপর আমরা এমন পরিস্থিতিগুলোর সমস্যাবলি সমাধান করব যেখানে ইতোমধ্যে সবশেষ সংখ্যায় শতকরা অন্তর্ভুক্ত হয়েছে। এটা ঘটে মুদির দোকানে এবং অন্যান্য দোকানগুলোতে যেখানে বিক্রয় কর (যেটা বিক্রয় মূল্যের ওপর একটা শতকরা) তোমার প্রদান করা মোট অর্থের পরিমাণের মধ্যে অন্তর্ভুক্ত। একইভাবে, কিছু রেস্টুরেন্টে মোট বিলের মধ্যে 15% টিপস অন্তর্ভুক্ত থাকে।

তুমি আরো শিখবে কিভাবে শতকরা বৃদ্ধি এবং হ্রাস হিসেব করা হয়। উদাহরণস্বরূপ, যখন সাবওয়ে বা বাসের ভাড়া 50 সেন্ট বেড়ে 1.50 ডলার থেকে 2.00 ডলার হয়, তাহলে শতকরা বৃদ্ধি কত? অথবা যখন পোস্ট স্ট্যাম্প 34 সেন্ট থেকে 37 সেন্ট হয়?

আমরা তারপর ছাড়ের দিকে যাব, আর তারপর ইতোমধ্যে ছাড়কৃত পণ্যের ছাড়ের ওপর।

এ অধ্যায়ে সুদের হিসাবগুলোও আলোচিত হয়েছে। একটি সেভিংস অ্যাকাউন্টে তোমার ডিপোজিটের ওপর ব্যাংক কর্তৃক প্রদত্ত সুদ আর ব্যাংকের

আদায়কৃত সুদ, তোমার ধারকৃত টাকার ওপর বা তোমার ক্রেডিট কার্ডের চার্জ। সরল সুদ আর জটিল (চক্রবৃদ্ধি) সুদের মধ্যে পার্থক্যও পরিষ্কার করা হবে।

সবশেষে, আমরা শিখব স্টক এবং বন্ডে বিনিয়োগ সম্পর্কে আর কিভাবে এসব বিনিয়োগগুলো থেকে লাভ বা ক্ষতি হিসেবে করা যায়। আমরা লাভ এবং ক্ষতির অন্যান্য পরিস্থিতি সম্পর্কিত শাব্দিক সমস্যাগুলোর উদাহরণ দিব।

শতকরা এবং দশমিক Percents and Decimals

শতকরা বা পার্সেন্ট শব্দটাকে দুটো অংশ আছে। পার এবং সেন্ট। পার মানে হল “ভাগ করা” এবং সেন্ট অর্থ হল “একশ”।

উদাহরণ :

$$(a) 100\% = 100 \div 100 = 1 \text{ (অর্থাৎ, “পুরো জিনিসটাই”)}$$

$$(b) 50\% = 50 \div 100 = \frac{50}{100} = \frac{1}{2} \text{ বা } 0.5$$

$$(c) \frac{1}{2}\% = \frac{1}{2} \div 100 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} = \frac{1}{200} \text{ বা } 0.005$$

$$(d) 0.25\% = 0.0025$$

যখন দশমিক রূপের একটা সংখ্যাকে 100 দ্বারা ভাগ করা হয়, দশমিক বিন্দুটা দুই ঘর বামে সরে যায় : $100\% = 1.00$, $50.0\% = 0.5$, $5.0\% = 0.05$ ইত্যাদি।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

$$2.1 \text{ ভগ্নাংশে পরিবর্তন কর : } \frac{1}{3}\%$$

$$2.2 \text{ ভগ্নাংশে পরিবর্তন কর : } 4\frac{1}{2}\%$$

$$2.3 \text{ দশমিকে পরিবর্তন কর : } 0.006\%$$

$$2.4 \text{ দশমিকে পরিবর্তন কর : } 1.7\%$$

$$2.5 \text{ পূর্ণ সংখ্যায় পরিবর্তন কর : } 400\%$$

প্রায়ই, আমাদের একটা সংখ্যার কিছু শতকরা নিতে হয়। এর মানে হল শতকরাটাকে সংখ্যাটা দ্বারা গুণ করা।

উদাহরণ :

বের কর :

(a) 60 এর 30%

(b) 300 এর 24%

(c) 30 এর $33\frac{1}{3}\%$

সমাধান :

(a) $0.3 \times 60 = 18$

(b) $0.24 \times 300 = 72$

(c) $33\frac{1}{3}\% \times 30 = \frac{100}{3} \times \frac{1}{100} \times 30 = 10$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.6 600 এর 50% বের কর।

2.7 7.50 এর 2.5% বের কর।

2.8 15,000 এর 3.5% বের কর।

2.9 60 এর $\frac{2}{3}\%$ বের কর।

2.10 80% এর 15% বের কর।

ক্যালকুলেটরের ব্যাপারে সাবধান! এরা খুবই উপকারী, কিন্তু তোমাকে অবশ্যই জানতে হবে এরা কিভাবে কাজ করে। উদাহরণস্বরূপ, গাণিতিকভাবে,

$$100 + 10\% - 10\% \text{ এর মানে হল } 100 + \frac{10}{100} - \frac{10}{100} = 100$$

কিন্তু, অনেক ক্যালকুলেটর 10% কে “পড়ে” এর পূর্ববর্তী সংখ্যার 10% হিসেবে। “এর” মনে হল গুণ, তাই

$$100 + 100 \text{ এর } 10\% = 100 + \frac{10}{100} \times 100 = 110 \text{ তারপর}$$

$$110 - 110 \text{ এর } 10\% = 110 - \frac{10}{100} \times 110 = 99$$

কখনো কখনো তোমার একটা সংখ্যাকে শতকরায় রূপান্তরের প্রয়োজন হবে, অর্থাৎ তোমার শতকরা চিহ্ন সন্নিবেশিত করার প্রয়োজন হবে। মনে রেখ 100% সমান 1। তুমি সম্ভবত আরো জানো তুমি যেকোন সংখ্যাকে 1 দিয়ে গুণ করতে পার আর সংখ্যাটা পরিবর্তন হবে না। একটা সংখ্যাকে শতকরায় প্রকাশ করতে আমরা এ বৈশিষ্ট্য ব্যবহার করি।

উদাহরণ :

নিম্নোক্ত সংখ্যাগুলোকে শতকরায় পরিবর্তন কর :

- (a) 2 (b) 0.7 (c) $\frac{3}{4}$

সমাধান :

- (a) $2 \times 100\% = 200\%$
 (b) $0.7 \times 100\% = 70\%$
 (c) $\frac{3}{4} \times 100\% = 300/4\% = 75\%$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

শতকরায় পরিবর্তন কর :

2.11 0.0056

2.12 12

2.3 4/5

2.14 2/3 (সাধারণ ভগ্নাংশ বা দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত ব্যবহার কর।)

2.15 500

শতকরা এবং সংখ্যা

Percents and Numbers

এ সমস্যাগুলো তিন ধরনের :

1. একটা সংখ্যার শতকরা কতটুকু অন্য একটা সংখ্যা?
2. কোন সংখ্যার একটা জানা শতকরা অন্য একটা সংখ্যা?
3. একটা জানা সংখ্যার জানা শতকরা কোন সংখ্যা?

বীজগণিত ব্যবহার করে, আমরা তিনটা সমীকরণ লিখতে পারি যেখানে x হল অজানা ("কোন") সংখ্যা এবং a আর b হল জানা সংখ্যাগুলো :

1. $x\%.a = b$ (গাণিতিক সমস্যাবলিতে, গুণকে একটা বিন্দু হিসেবে যে সংখ্যাগুলোকে গুণ করতে হবে তাদের মাঝে দেখানো হয়।)

$$2. a\%.x = b$$

$$3. a\%.b = x$$

উদাহরণ :

সমাধান :

1. 60 এর কত% 15%?

$$1. \quad x\% \cdot 60 = 15$$

$$\frac{x}{100} \cdot 60 = 15$$

$$x = \frac{1500}{60}$$

$$x = 25$$

2. কোন সংখ্যার 25% হল 15?

$$2. \quad 25\% \cdot x = 15$$

$$\frac{25}{100} \cdot x = 15$$

$$x = \frac{1500}{25}$$

$$x = 60$$

3. 60 এর 25% কত?

$$3. \quad 0.25 \cdot 60 = 15$$

বিকল্প সংক্ষিপ্ত উপায় :

$$1. \quad \frac{15}{60\%} = 25$$

$$2. \quad \frac{15}{25\%} = 60$$

3. কোন সংক্ষিপ্ত উপায় সম্ভব নয়।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

2.16 52-এর কত % হল 13?

2.17 কোন সংখ্যার 10% হল 635?

2.18 একটা স্থানীয় কলেজে ভর্তিকৃত ছাত্র 3500 জন। এর মধ্যে 30% হল গণিত প্রধান। কলেজটাকে কতজন গণিত প্রধান আছে?

2.19 ধর, 150 জনের মধ্যে 120 জন একটা গণিত কোর্সে পাস করেছে। এটা শতকরা হিসেবে কত?

2.20 লিসা 175 ডলার, বা তার মাসিক বেতনের 25% বাড়ি ভাড়া দেয়। তার মাসিক বেতন কত?

শতকরা অন্তর্ভুক্ত

The Percent Is Included

উদাহরণ :

কোন সংখ্যার 6% বৃদ্ধি পেলে 2544 হয়?

$$100\% + 6\% = 106\%$$

কোন সংখ্যার 106% হল 2544?

$$\frac{2544}{1.06} = 2400$$

পরীক্ষা : 2400 এর 6% = 144 এবং 2400 + 144 = 2544

যদি পছন্দ হয় তুমি একটা সমীকরণ ব্যবহার করতে পার :

$$x + 6\%.x = 2544$$

$$x + 0.06x = 2544$$

$$1.06x = 2544$$

$$x = \frac{2544}{1.06}$$

$$x = 2400$$

উদাহরণ :

একজন ব্যবসায়ী তার ক্যাশ রেজিস্টারের অর্থগুলো গুনল আর দেখতে পেল তার আছে 4320 ডলার। 8% বিক্রয় কর এর মধ্যে অন্তর্ভুক্ত। উক্ত ব্যবসায়ী কত ডলার রেখেছিল আর সরকারকে কত দিয়েছিল?

সমস্যাটা বিশ্লেষণ করি :

যদি তার ডলার x হয়, করের চার 8% এবং সে যদি 4320 ডলার গুণে থাকে।

$$\begin{aligned} \text{আমরা পাই,} \quad x + 8\% \cdot x &= 4320 \\ 1.08x &= 4320 \\ x &= \frac{4320}{1.08} \\ x &= 4000 \end{aligned}$$

তাহলে, ব্যবসায়ী রাখে 4000 ডলার আর সরকার পায় 320 ডলার।

বিকল্প :

$$x \text{ ব্যবহার না করে সরাসরি ভাগ কর : } \frac{4320}{1.08} = 4000$$

উদাহরণ :

(a) ইভা 15% বকশিশসহ একটা ট্যাক্সি ভ্রমণে 23 ডলার দিল। ভ্রমণের নিজস্ব মূল্য কত?

(b) 8% বিক্রয় করসহ একটা পণ্যের জন্য 5.40 ডলার সংগ্রহ করা হল। বিক্রয় কর ব্যতীত পণ্যটার মূল্য কত?

সমাধান :

$$(a) \frac{23}{1.15} = 20 \quad \text{উত্তর : 20 ডলার।}$$

$$(b) \frac{5.40}{1.08} = 5 \quad \text{উত্তর : 5 ডলার।}$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.21 বেইলি প্রতি মাসে তার ঋণ শোধের জন্য আসলের সাথে 6% সুদসহ মোট 127.20 ডলার দেয়। তার পরিশোধিত আসল কত?

2.22 কোন সংখ্যার 6% বৃদ্ধিতে 371 হয়?

2.23 3% করসহ একটা পণ্যের মূল্য 82.40 ডলার। পণ্যটার নিজস্ব মূল্য কত?

2.24 বেতন 4% বৃদ্ধি পাবার পর, নেলের মাসিক বেতন হল 3120 ডলার। বৃদ্ধির আগে তার বেতন কত ছিল?

2.25 এক পাউন্ড মাংসের দাম 5% বৃদ্ধিতে হল 12.42 ডলার। বৃদ্ধির আগে মূল্য কত ছিল?

শতকরা বৃদ্ধি এবং হ্রাস

Percent Increase and Decrease

উদাহরণ :

অনেক সমস্যাতেই আমরা 'আগে এবং পরে' এ তথ্য পাই। উদাহরণস্বরূপ, গত মাসে এক ডজন ডিমের দাম ছিল 1.29 ডলার আর এখন হল 1.49 ডলার। শতকরা বৃদ্ধি কত?

ডিমের আসল দাম ছিল 1.29 ডলার এবং বেড়েছে $1.49 - 1.29 = 0.20$ ডলার। সমস্যাটাকে পুনরায় এভাবে বলা যায় : 1.29 এর কত % হল 0.20?

$$\text{সমীকরণ : } x\% \cdot 1.29 = 0.20$$

$$x = 15.5 \text{ (প্রায়)}$$

মূল্য বৃদ্ধি 15.5%

উদাহরণ :

সমস্যাটা পরিবর্তন করি আর ধরে নেই ডিমগুলোর মূল্য 1.49 ডলার থেকে কমে 1.29 ডলার হয়েছে। শতকরা হ্রাস কতটুকু?

এখন আসল মূল্য 1.49 ডলার আর হ্রাস 0.20

$$x\% \cdot 1.49 = 0.20$$

$$x = 13.4 \text{ (প্রায়)}$$

মূল্য হ্রাস 13.4%

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.26 একজন শিক্ষক হিসেবে জিলের মাসিক বেতন 2600 ডলার থেকে বেড়ে 2675 ডলার হয়েছে। শতকরা বৃদ্ধি কত ছিল?

2.27 এক বছরের মধ্যে একটা নির্দিষ্ট স্টকের মূল্য 75.6 ডলার শেয়ার থেকে কমে 37.5 ডলার হয়েছে। শতকরা হ্রাস কত ছিল?

2.28 এলেন একটা নতুন গাড়ির জন্য 29,000 ডলার দিল। এক বছর পর সে দেখল গাড়িটার মূল্য মাত্র 24,500 ডলার। শতকরা হ্রাস বের কর।

2.29 একটা কমিউনিটি কলেজে ভর্তিকৃত ছাত্র 6783 জন থেকে বেড়ে 7895 জন হল। শতকরা বৃদ্ধি কত ছিল?

2.30 এক বছরে একটা বাড়ির মূল্য 6% বেড়েছে। যদি বৃদ্ধির আগে এর মূল্য 250,000 ডলার থাকে, তাহলে বাড়িটার বর্তমান মূল্য কত?

ছাড়

Discounts

দোকানগুলো প্রায়ই তাদের মূল্যসমূহের ওপর “মূল্যহ্রাস” বা “ছাড়” এ ধরনের শব্দ দিয়ে মূল্য কমায়।

উদাহরণ :

একটা জামার মূল্য 200 ডলার থেকে কমিয়ে 180 ডলার করা হয়েছে। শতকরা মূল্যহ্রাস বা ছাড় কত?

ছাড় ছিল 20 ডলার এবং আসল মূল্য 200 ডলার। সমস্যাটাকে পুনরায় লেখা যায় এভাবে "200-এর কত % হল 20?"

$$x\% \cdot 200 = 20$$

$$x = 10$$

শতকরা ছাড় 10%

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.31 একটা বইয়ের দোকান ছাত্রদের 10% ছাড় দেয়। 35 ডলার মূল্যের একটা বইয়ের জন্য একজন ছাত্রকে কত দিতে হবে?

2.32 একটা দোকানে, একজন ক্রেতাকে 250 ডলারের জন্য 12.80 ডলার ছাড় দেয়া হয়। ছাড়ের শতকরা পরিমাণ কত?

2.33 একজন ক্রেতা 276 ডলারের কেনাকাটার জন্য 13.80 ডলার ছাড় পান। শতকরা ছাড় কত?

2.34 150 ডলার মূল্যের একটা জ্যাকেট এখন 15% ছাড়ে বিক্রয় হবে। এখন জ্যাকেটের দাম কত?

2.35 একটা দোকান একটা নির্দিষ্ট দিনে সব পণ্যের ওপর 15% ছাড় দেয়। 236 ডলার মূল্যের একটা পণ্যের জন্য তোমাকে কত দিতে হবে?

উদাহরণ :

জেনকে একটা পণ্য ক্রয়ের ওপর 10% ছাড় দেয়া হয় এবং সে 22.50 ডলার দেয়। ছাড়ের আগে পণ্যটার মূল্য কত ছিল?

$$100\% - 10\% = 90\%$$

জেন আসল মূল্যের 90% দিয়েছে।

$$90\% x = 22.50$$

$$x = \frac{22.50}{90\%}$$

$$x = 25$$

উত্তর : 25.00 ডলার।

বিকল্প : সমস্যাটাকে x ব্যবহার না করে কর (অর্থাৎ, 22.5 কে 0.9 দিয়ে ভাগ দাও।)

উদাহরণ :

(a) 20% মূল্যহ্রাসে একটা সুন্দর উইন্টার কোর্টের মূল্য দাঁড়ায় 840 ডলার। মূল্যহ্রাসের আগে মূল্য কত ছিল?

(b) 20% ছাড়ে একটা পণ্যের মূল্য 94 ডলার। আসল মূল্য কত?

(c) গেন একটা জামা কিনল 62.50 ডলার দিয়ে। এটা ছিল 75% ছাড়ে। আসল মূল্য কত ছিল?

সমাধান :

$$(a) \frac{840}{80\%} = 1050$$

উত্তর : 1050 ডলার

$$(b) \frac{94}{0.8} = 117.5$$

উত্তর : 117.5 ডলার

$$(c) \frac{62.5}{25\%} = 250$$

উত্তর : 250 ডলার

শতকরা

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

2.36 একজোড়া জুতোর ওপর ছাড় 16% এবং বিক্রি হয় 84 ডলারে। জুতো জোড়ার আসল মূল্য কত?

2.37 একজন মহিলা 20% মূল্যহ্রাসে 144 ডলারে একটা কোট কিনে। কোটটার আসল মূল্য কত ছিল?

2.38 একটা সোয়েটারের মূল্য 75 ডলার থেকে 63.50 ডলার হল। শতকরা ছাড় কত?

2.39 নির্দিষ্ট সিনেমা হলগুলো সিনিয়র নাগরিকদের 15% ছাড় দেয়। যদি জো তার টিকেটের জন্য 5.10 ডলার দেয়, তাহলে সে কত বাঁচিয়েছিল?

2.40 মিলি একটা মাইক্রোওয়েভ ওভেন কেনার কথা ভাবছিল। সে একটা বিজ্ঞাপন দেখল 35% ছাড় (70 ডলার বাঁচাও)। আরেকটা বিজ্ঞাপনে লেখা ছিল : 45% মূল্যহ্রাস, (90 ডলার বাঁচাও)। কোন ওভেনটা সস্তা?

ছাড়ের ওপর ছাড়

Discount on Discounts

দোকানগুলো কখনো কখনো ইতোমধ্যে ছাড়কৃত পণ্যের ওপর ছাড় দেয়। উদাহরণস্বরূপ, একটা পণ্যকে 15% ছাড়ে বেচতে চাওয়া হল, আর তারপর আরো অতিরিক্ত 40% ছাড়ের বিজ্ঞাপন দেয়া হল। তুমি কী 55% ছাড় পাবে?

সমস্যাটা বিশ্লেষণ করি :

15% ছাড়ের জন্য তোমাকে মূল্যের, $100\% - 15\% = 85\%$ দিতে হবে। তারপর তুমি মূল্যের 85%-এর ওপর 40% ছাড় পাবে, সেটা হল $0.4 \times 85\% = 34\%$ অর্থাৎ, মূল্যের 34% ছাড় হল $15\% + 34\% = 49\%$ ।

এ সমস্যা সমাধানের একটা বিকল্প উপায় হল। প্রথম ছাড়ের কারণে তোমাকে আসল মূল্যের 85% দিতে হবে। দ্বিতীয় ছাড়ের কারণে তুমি নতুন মূল্যের, $100\% - 40\% = 60\%$ দিবে। অর্থাৎ, 85%-এর 60%, যেটা হল আসল মূল্যের 51%। যদি তুমি 51% দাও, তাহলে ছাড় পেলে 49%।

উদাহরণ :

ম্যাসি'স ইতোমধ্যে ছাড়কৃত পণ্যসমূহের ওপর আরো 40% ছাড়ে পণ্য বিক্রয়ের ঘোষণা দিল। তোমার প্রকৃত ছাড় কত হবে যদি পণ্যটার ছাড় ইতিমধ্যে (a) 10%, (b) 25% (c) 34% থাকে?

সমাধান :

(a) প্রথম ছাড় 10%। তাহলে পণ্যটার মূল্য এর আসল মূল্যের 90%। তুমি ঐ মূল্যের ওপর 40% ছাড় পাও, অর্থাৎ 90%-এর 40% বা আসল মূল্যের 36%। মোট শতকরা ছাড় : $10\% + 36\% = 46\%$

বিকল্প সমাধান :

$$(100\% - 10\%) = 90\%$$

নতুন মূল্য আসল মূল্যের 90%।

$$(100\% - 40\%) 90\% = 60\% (90\%) = 54\%$$

মূল্যটা আসল মূল্যের 90% এর 60%। তুমি দুটো ছাড়ের পর 54% পরিশোধ করবে।

$$100\% - 54\% = 46\% \text{ ছাড় হল } 46\%$$

(b) আসল ছাড় ছিল 25%। নতুন মূল্য ছিল আসল মূল্যের 75%। দ্বিতীয় ছাড় ছিল 75% এর 40% = 30%

$$\text{মোট ছাড় হল : } 25\% + 30\% = 55\%$$

বিকল্প সমাধান :

$$(100\% - 25\%) = 75\%$$

নতুন মূল্য আসল মূল্যের 75%

$$(60\%) (75\%) = 45\%$$

দ্বিতীয় ছাড়ের পর তুমি দিবে 45%

$$100\% - 45\% = 55\%, \text{ মোট ছাড় হল } 55\%।$$

(c) আসল ছাড় ছিল 34%। নতুন মূল্য আসল মূল্যের 66%। দ্বিতীয় ছাড় হল 66% এর 44% = 26.4%

$$\text{মোট ছাড় : } 34\% + 26.4\% = 60.4\%$$

বিকল্প সমাধান :

$$(100\% - 34\%) = 66\%$$

নতুন মূল্য আসল মূল্যের 66%

$$(60\%) (66\%) = 39.6\%$$

দুটো ছাড়ের পর তুমি 39.6% দাও।

$$100\% - 39.6\% = 60.4\%, \text{ মোট ছাড় } 60.4\%।$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.41 যদি তুমি দুটো ছাড় পাও, একটা 30% এবং আরেকটা 40% এর, তাহলে 100 ডলার মূল্যের একটা পণ্যের জন্য তোমাকে কত দিতে হবে? এ ক্ষেত্রে তুমি কোন ছাড়টা তুমি প্রথমে ব্যবহার করলে এর কী কোন ভূমিকা আছে?

2.42 একটা পণ্যের মূল্য 240 ডলার। মূল্যটা দুইবার কমানো হল, প্রথমে 15% এবং পরে 25%। সর্বশেষ মূল্য কত ছিল?

2.43 একটা রেডিও-এর মূল্য 120 ডলার। মূল্যটা প্রথমে 15% এবং পরে আরো 12% কমানো হল। তখন এর মূল্য কত ছিল?

2.44 একটা ওয়াশিং মেশিনের মূল্য 800 ডলার। মূল্যটা প্রথমে 35% এবং পরে 68 ডলার কমানো হল। দ্বিতীয় বার মূল্যটা শতকরা কতটুকু কমানো হয়?

2.45 একটা কোম্পানিতে 540 জন কর্মচারী আছে। যদি প্রতি বছর 10% করে কর্মচারী বাড়ে, তাহলে 2 বছর পর কোম্পানির কর্মচারী সংখ্যা কত হবে?

সুদ

Interest

যখন ব্যাংকে তোমার একটা সেভিংস অ্যাকাউন্ট থাকে, তুমি সুদ পাও। যদি ঋণ নাও, তোমাকে সুদ দিতে হয়।

সুদ সরল বা জটিল (চক্রবৃদ্ধি) সুদ হতে পারে। সরল সুদের ক্ষেত্রে আমরা আসলকে (আমরা যে অর্থ জমা রাখি বা ধার করি) সুদের হার এবং সময়, যে সময় অর্থ ব্যাংকে থাকে বা আমরা ব্যবহার করি, দ্বারা গুণ করি। সুদের হার বার্ষিক শতকরা হিসেবে এবং সময় বছর হিসেবে গণ্য করা হয়। দুর্ভাগ্যক্রমে, আমাদের হিসেবের জন্য, প্রায় সময় সরল সুদ ব্যবহৃত হয় না, বরং এটা সুদের হিসাব পদ্ধতি বুঝার একটা প্রাথমিক পদক্ষেপ।

সরল সুদ

Simple Interest

সূত্র :

$$I (\text{সুদ}) = P (\text{আসল}) \times r (\text{হার}) \times t (\text{সময়}) \text{ বা } I = Prt$$

উদাহরণ :

যদি 1000 ডলার 3% সরল সুদে পাঁচ বছর ব্যাংকে জমা রাখা হয় তাহলে সুদ বের কর।

$$I = 1000 \times 3\% \times 5 = 1000 \times 0.03 \times 5 = 150$$

সুদ হল 150 ডলার।

উদাহরণ :

সুদের হার বের কর, যদি 1000 ডলার পাঁচ বছর ব্যাংকে রেখে 150 ডলার সরল সুদ পাওয়া যায়।

$$I = Prt \text{ এ সূত্র ব্যবহার কর : } 150 = 1000r(5)$$

এটা একটা সমীকরণ; r -এর সমাধানের জন্য, উভয়পক্ষকে 5000 দিয়ে বাগ কর।

$$\frac{150}{5000} = r \text{ বা } r = 0.03 = 3\%$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.46 সুদের সূত্র $I = Prt$ ব্যবহার করে বের কর :

(a) r , যখন $P = 7500$ ডলার, $I = 600$ ডলার এবং $t = 4$ বছর।

(b) t , যখন $P = 4000$ ডলার, $I = 400$ ডলার এবং $r = 5\%$ ।

2.47 যদি তুমি এক বছরের জন্য 600 ডলার ঋণ নাও এবং যদি বছর শেষে সরল সুদসহ 636 ডলার পরিশোধ কর, তাহলে তুমি কত হারে সুদের পরিশোধ করছ?

2.48 এড 500 ডলারসহ একটা অ্যাকাউন্ট খুলল। যদি বার্ষিক সুদের হার 0.75% হয়, তাহলে 6 মাস পর সে কত ডলার পাবে?

2.49 যদি এড 500 ডলারসহ একটা CD অ্যাকাউন্ট খুলে, যেটা বার্ষিক সুদ দেয়, তাহলে 6 মাস পর সে কত টাকা পাবে?

2.50 ফ্রেড একটা নতুন গাড়ি কেনার জন্য 16% বার্ষিক সুদে 5 মাসের জন্য 20,000 ডলার ঋণ নেয়। তাকে কত ডলার পরিশোধ করতে হবে?

ক্রেডিট কার্ড Credit Cards

তুমি একটা ক্রেডিট কার্ড গ্রহণ কর যখন একটা ঋণদাতা প্রতিষ্ঠান, যেমন- ব্যাংক, তোমাকে অর্থ ধার দিতে চায়। ডিপার্টমেন্টাল স্টোর, গ্যাস কোম্পানি এবং অন্যান্য প্রতিষ্ঠানও ক্রেডিট কার্ড দিতে চায়। যখন তুমি ক্রেডিট কার্ড ব্যবহার করে একটা পণ্য ক্রয় কর, ধারদাতা একটা ছোট কমিশনে (2-3%) বিক্রেতাকে তোমার পণ্যের মূল্য পরিশোধ করে আর তারপর মাসের শেষে তোমাকে একটা বিল পাঠায়। বিলে সাধারণত বিক্রেতাকে অর্থ পরিশোধের তারিখ, বিক্রেতার নাম আর পরিমাণের তালিকা থাকে। সাধারণত একটা নির্দিষ্ট তারিখের মধ্যে পুরো বিল পরিশোধ করতে পারো অথবা একটা সর্বনিম্ন পরিমাণ পরিশোধ করতে হয় এবং বাকি ব্যালেন্সটুকু পরবর্তী মাসের বিলের সাথে যুক্ত হয়। ক্রেডিট কার্ড কোম্পানির বিবরণী আরো দেখায় কিভাবে তারা তোমার ফিন্যান্স চার্জ নির্ধারণ করে। এটা হল তোমার ক্রেডিট কার্ডের সাহায্যে ক্রয় করা পণ্যের জন্য বিক্রেতাকে তারা যে অর্থ প্রদান করে সে ধারের সুদ।

উদাহরণ :

মার্চ-এর 4 তারিখ তুমি একটা বইয়ের দোকান থেকে 21.60 ডলারের বই কিনো। তুমি মার্চের 9 তারিখ সরাসরি তোমার ক্রেডিট কার্ডের সাহায্যে তোমার বাড়ি সপ্তাহে 5 দিন বিলিকৃত নিউ ইয়র্ক টাইমসের জন্যও বিল দাও 19 ডলার। ফেব্রুয়ারি 21 থেকে মার্চ 21 পর্যন্ত (বিবরণী সমাপ্তির দিন) মোট চার্জ ছিল 40.60 ডলার। এটা তোমার ক্রেডিট কার্ডের নতুন ব্যালেন্স। যদি তুমি এপ্রিলের 15 তারিখের ভেতরে তোমার প্রদেয় পরিশোধ কর। তাহলে কোন ফিন্যান্স চার্জ থাকবে না (অর্থাৎ, ধারদাতাকে কোন সুদ প্রদান করতে হবে না)।

বিবরণীতে আরো আছে নির্দিষ্ট তারিখের মধ্যে অন্তত 10 ডলার পরিশোধ করতে হবে। যদি ধারদাতা তোমার কাছে 10.15% বার্ষিক শতকরা কমিশন (APR) দাবি করে, তাহলে বাকি ব্যালেন্স $40.60 - 10 = 30.60$ ডলারের জন্য ফিন্যান্স চার্জ কত হবে, এটা ধরে যে তুমি এপ্রিল 21 এর আগে কোন অতিরিক্ত পণ্য কিনোনি?

সমাধান :

বার্ষিক কমিশন হার $10.15\%/365$ দিন = দৈনিক হার 0.02781% ধারদাতা তোমাকে ধার দেয়।

21.60 ডলার, মার্চ 4 থেকে মার্চ 21 পর্যন্ত = 18 দিন

এবং 19 ডলার, মার্চ 9 থেকে মার্চ 21 পর্যন্ত = 13 দিন

21.60 ডলার $\times 18 \times 0.02781/100 = 0.1081$ ডলার বা 10.81 সেন্ট

19 ডলার $\times 13 \times 0.02781/100 = 0.0687$ ডলার বা 6.87 সেন্ট

মোট ফিন্যান্স চার্জ = 18 সেন্ট

দ্রষ্টব্য : যদি তুমি গত বিবরণী সমাপ্তির (মার্চ 21) এবং পরবর্তী দিন (এপ্রিল 21) এর মাঝে বাড়তি পণ্যসামগ্রী ক্রয় কর তাহলে ব্যালেন্সের ওপর সুদ প্রযোজ্য হবে, যাতে বাড়তি পণ্যসামগ্রীও অন্তর্ভুক্ত থাকবে।

অনুশীলন সমস্যা :

2.51 তুমি মার্চের 10 তারিখ 1000 ডলারে একটা কম্পিউটার কিনেছ। মার্চ 21 পর্যন্ত সর্বনিম্ন 50 ডলার প্রদান করতে হবে। APR হল 9.5% । বাকি ব্যালেন্সের জন্য এপ্রিল 21 এর পরবর্তী বিবরণীতে তোমার ফিন্যান্স চার্জ কত হবে; এটা ধরে যে তখন পর্যন্ত তুমি অন্য কিছু ক্রয় করনি?

জটিল সুদ (চক্রবৃদ্ধি সুদ)**Compound Interest**

ব্যাংকগুলো সাধারণত তোমার অর্ধের ওপর সুদ হিসেব করতে জটিল সুদ ব্যবহার করে। উদাহরণস্বরূপ, যদি তুমি বার্ষিক 2% জটিল (চক্রবৃদ্ধি) সুদে (সুদ আসলের সাথে যোগ হয়) ব্যাংকে 100 ডলার জমা কর, তুমি পাবে :

1 বছর পর : 100 ডলার + 100 ডলারের $2\% = 102$ ডলার

2 বছর পর : 102 ডলার + 102 ডলারের $2\% = 104.04$ ডলার

3 বছর পর : 104.04 ডলার + 104.04 ডলারের $2\% = 106.12$ ডলার

যদি তোমার ডলার প্রতিদিন চক্রবৃদ্ধি হয়, তাহলে ধাপে ধাপে সুদ হিসেব করা বেশ জটিল হবে। আমাদের একটা সূত্র প্রয়োজন!

জমা হওয়া মূল্য A হল আসল যোগ সুদ, $P + Prt$. যেখানে P হল আসল, r হল বার্ষিক হার এবং t হল সময় (বছরে), একবার চক্রবৃদ্ধি সময়ের জন্য, তাই 1 বছর পর, জমা হওয়া অর্থ হল :

$$P + Prt = P(1 + rt)$$

২ বছর পর, জমা হওয়া অর্থ হল :

$$P(1 + rt) + P(1 + rt)rt = P(1 + rt)(1 + rt) = P(1 + rt)^2$$

৩ বছর পর, জমা হওয়া অর্থ হল : $P(1 + rt)^3$

সাধারণ সূত্র হল $A = P(1 + rt)^n$, যেখানে n হল চক্রবৃদ্ধি সময়ের সংখ্যা।

এক্ষেত্রে, $P = 100$, $r = 2\%$ এবং $t = 1$ এবং $n = 3$, তাই $A = 100(1 + 2\% \cdot 1)^3 = 100(1.02)^3 =$ (তোমার ক্যালকুলেটর ব্যবহার কর।) 106.12 ।

একটা ক্যালকুলেটরের সাহায্যে ঘাত হিসেব করার জন্য, নিম্নোক্ত কাজ কর।

$$1.02, y^x, 3, \times 100 =$$

উদাহরণ :

যদি 1000 ডলার বার্ষিক 10% সুদে মাসিকভাবে 3 মাস ধরে চক্রবৃদ্ধি হারে বাড়তে থাকে। তাহলে সুদ কত হবে?

$$\text{সূত্র } A = P(1 + rt)^n,$$

যেখান, $P = 1000$ ডলার, $r = 10\% \div 12$, $t = 1$, এবং $n = 3$

$$A = 1000(1 + 10\% \div 12)^3 = 1000(1.00833)^3$$

$$= 1025.21 \text{ (প্রায়)}$$

$$I = 1025.21 - 1000 = 25.21$$

সুদ হবে 25.21 ডলার

সরল সুদ হত।

$$1000 \times 10\% / 12 \times 3 = 25 \text{ বা } 25 \text{ ডলার}$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.52 সূত্র ছাড়া উদাহরণটা আবার কর।

2.53 বার্ষিক 2% চক্রবৃদ্ধি হারে 1 বছরের জন্য 500 ডলারের সুদ হিসেব কর।

2.54 বার্ষিক 1.5% হারে দৈনিক চক্রবৃদ্ধি হলে 700 ডলারের নতুন আসল বের কর 1 বছরের জন্য। চক্রবৃদ্ধির সময়ের সংখ্যার জন্য 365 ব্যবহার কর।

2.55 বার্ষিক 12% চক্রবৃদ্ধি হারে বারবার 12,000 ডলার ধার করে। 4 বছর পর তাকে কত সুদ প্রদান করতে হবে।

2.56 ভিভিয়ান 6800 ডলার মূল্যের ট্রেজারি নোট ক্রয় করে। পাঁচ বছর পর এদের মূল্য হবে 10,000 ডলার। তাহলে বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি হার কত যদি অর্থাৎ বার্ষিকভাবে চক্রবৃদ্ধি হয়? এটা কী 6%, 7%, 8%, নাকি 9%?

সূত্র : বিভিন্ন % পরীক্ষা করার জন্য তোমার ক্যালকুলেটর ব্যবহার কর।

ব্যাংক ডিপোজিট

Bank Deposits

উদাহরণ :

লেসিল 3000 ডলারের কিছু অংশ বার্ষিক 2.71% সরল সুদে COD তে জমা করে এবং বাকি অংশ 0.75% বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি হারে একটা পাসবুক সেভিংস অ্যাকাউন্টে। যদি সে এক বছরে মোট 34.26 ডলার অর্জন করে, তাহলে সে সেভিংস অ্যাকাউন্টে কত ডলার জমা করেছিল?

ধরি, সে তার সেভিংস অ্যাকাউন্টে x ডলার জমা করেছিল।

তাহলে সে অবশ্যই তার CD তে জমা করেছে $300 - x$ ডলার।

ছক :

	বিনিয়োগ	শতকরা	সুদ
	x	0.75%	$0.0075\%x$
	$3000 - x$	2.71%	$(3000 - x) 0.0271$
মোট	3000		34.26

$$0.0075x + (3000 - x) 0.0271 = 34.26$$

$$0.0075x + 81.3 - 0.0271x = 34.26$$

$$81.3 - 34.26 = 0.0271x - 0.0075x$$

$$47.04 = 0.0196x$$

$$x = 2400$$

লেসিল তার সেভিংস অ্যাকাউন্টে 2400 ডলার জমা করেছিল।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.57 একটা ব্যাংক 0.50% বার্ষিক চক্রবৃদ্ধি সুদ দেয় এর দৈনন্দিন সেভিংসের ওপর যখন ক্রেডিট ইউনিয়ন ত্রৈমাসিকভাবে চক্রবৃদ্ধি হয় এভাবে বার্ষিক 2.72% করে সুদ দেয়। যদি তুমি তিন বছরের জন্য 1500 ডলার বিনিয়োগ করতে চাও, তাহলে যদি তুমি ক্রেডিট ইউনিয়নে তোমার অর্থ রাখ, তবে তুমি কত অর্থ বেশি পাবে?

বিনিয়োগ

Investments

যদি তুমি তোমার অর্থ ব্যাংকে রাখ, স্টক মার্কেটে বা বন্ডে রাখ, তুমি তোমার অর্থ বিনিয়োগ করলে। তোমার বিনিয়োগগুলো থেকে আয় ভিন্ন হয়। সেভিংস অ্যাকাউন্টসহ CD গুলোতে তুমি তোমার সুদের হার জান। স্টক এবং বন্ডের লভ্যাংশ পরিবর্তিত হতে পারে। যাই হোক, আমাদের অ্যাকাউন্টগুলোর হিসেব সব একই।

স্টক

Stocks

স্টক হল একটা কর্পোরেশনের শেয়ারসমূহ। প্রত্যেকটা শেয়ারের মূল্য বিনিয়োগকারীদের দ্বারা শেয়ারটার অনুমিত মূল্যানুসারে পরিবর্তিত হয়। যখন অনেক বিনিয়োগকারী একটা নির্দিষ্ট কোম্পানির শেয়ারগুলো কিনতে চায়, প্রত্যেকটা শেয়ারের মূল্য তখন বেড়ে যায়। যখন অনেক বিনিয়োগকারী একটা কোম্পানির শেয়ার বিক্রি করে দিতে চায়, তখন প্রতিটা শেয়ারের মূল্য কমে যায়। লাভজনক কোম্পানির শেয়ারহোল্ডারদের পুরস্কৃত করার জন্য, কোম্পানির একটা লভ্যাংশ ঘোষণা করে, সাধারণত ত্রৈমাসিক ভিত্তিতে।

উদাহরণ :

জো প্রতিটা শেয়ার 10 ডলার করে জানুয়ারির 2 তারিখে কোম্পানি A-এর 100 টা শেয়ার কিনে। স্টক 1.50 ডলারের একটা ত্রৈমাসিক লভ্যাংশ দেয়। জো পরের বছরের 2 জানুয়ারিতে 12 ডলার দরে শেয়ারগুলো বিক্রি করে দেয়। তার বিনিয়োগে তার মোট লাভ কত হল (a) নগদে এবং (b) শতকরায়?

জো প্রদান করে 100×10 ডলার = 1000 ডলার।

সে গ্রহণ করে 100×12 ডলার = 1200 ডলার।

লাভ = 200 ডলার, কিন্তু সাথে সে 1.50 ডলারের 4টা ত্রৈমাসিক লভ্যাংশ পায় অর্থাৎ, 6 ডলার, 1000 ডলারের বিনিয়োগে সে মোট লাভ করে 206 ডলার বা, 20.6%।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

2.58 জিম জানুয়ারির 2 তারিখে 10 ডলার দরে কোম্পানি B এর 100 টা শেয়ার কিনে। স্টক 1.25 ডলারের ত্রৈমাসিক লভ্যাংশ দেয় এবং জিম 12.05 ডলার দরে পরবর্তী বছরের 2 জানুয়ারি শেয়ারগুলো বিক্রি করে দেয়। জিমের মোট মুনাফা কত?

বন্ড

Bonds

বন্ড হল ব্যয় বা ঋণ পরিশোধ করতে অর্থ উত্তোলনের জন্য একটা কর্পোরেশন, যুক্তরাষ্ট্রীয় সরকার, শহর, বা অন্য যে কোন প্রতিষ্ঠান কর্তৃক প্রচলিত প্রমিসরি নোট।

বন্ডগুলো 10-এর গুণিতক হিসেবে কেনা-চেনা করা হয়।

বন্ডগুলোর একটা “পূর্ণতা প্রাপ্তির দিন” আছে, অর্থাৎ, যে বছরের যে দিন বন্ডের প্রচলনকারী বন্ডহোল্ডারকে বন্ডের “মুদ্রিত মূল্য” দিতে বাধ্য থাকে। একটা বন্ডের মুদ্রিত মূল্য 100 ডলার, কিন্তু এর প্রকৃত মূল্য এর গুণাগুণ বা “রেটিং” অনুসারে পরিবর্তিত হয়, অর্থাৎ যে মাত্রায় বন্ড বিশ্লেষকরা, পূর্ণতা প্রাপ্তির সময় বন্ড হোল্ডারকে মুদ্রিত মূল্য ফিরিয়ে দিতে এবং বন্ড হোল্ডারকে সুদ দিতে বন্ড প্রচলনকারীর সক্ষমতায় বিশ্বাস করেন। একটি বন্ড কেনা বা বেচার সময় বিবেচনার একটা গুরুত্বপূর্ণ পরিমাণ হল এর “উৎপাদ” সেটা সুদকে বন্ডের বর্তমান মূল্য দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়। যখন মূল্য কমে তখন উৎপাদ বৃদ্ধি পায় আর যখন মূল্য বাড়ে উৎপাদ কমে। বিনিয়োগকারীকে আরো বিবেচনা করতে হবে সে কর-মুক্ত পৌর বন্ড কিনবে নাকি কোন কোম্পানি বন্ড কিনবে যার সুদ করমুক্ত নয়। এছাড়া, ব্যাংক বন্ডও রয়েছে, যেগুলো উচ্চ ঝুঁকির (বেশি নিরাপদ নয়।) বন্ড কিন্তু, তদনুসারে, ক্রেতাকে একটা উচ্চ মূল্য দেয়।

উদাহরণ :

জানুয়ারি ২ তারিখে, ২০০৩ এ, মেরি ১০টা বন্ড কিনে যেগুলো ২০১০ এ পূর্ণতা পাবে এবং ৫% সুদ দিবে। সে প্রতিটা বন্ড ৯৫ ডলার হিসেবে মোট ৯৫০ ডলার দেয়। সে ২০২০ সালে পূর্ণতা পাবে এবং ৬% সুদ পাবে এমন আরো ১০টা বন্ড কিনে প্রতিটা ৯০ ডলার দরে, মোট ৯০০ ডলারে। যদি সে ২০টা বন্ডই পূর্ণতা প্রাপ্তি পর্যন্ত রাখে।

(a) সে বন্ডগুলোর জন্য কত নগদ পাবে?

(b) সে ২০১০ এর শেষে এবং ২০২০ এর শেষে কত সুদ পাবে?

(c) ২০০৩ এবং ২০১০ এ ২০১০ এর বন্ডগুলোর উৎপাদ কত? ২০০৩ এবং ২০২০ এ ২০২০ এর বন্ডগুলোর উৎপাদ কত?

সমাধানসমূহ :

(a) যদি সে সবগুলো বন্ড পূর্ণতা প্রাপ্তি পর্যন্ত রাখে, সে সবগুলোর মুদ্রিত মূল্য পাবে।

২০১০ এ সে পাবে 10×100 ডলার = ১০০০ ডলার, ২০২০-এ সে পাবে 10×100 ডলার = ১০০০ ডলার।

(b) ২০১০ এর বন্ডগুলোর জন্য, ২০১০ এর শেষে, মেরি লাভ করবে ৪ (বছর) \times ১০ (বন্ড) \times ৫ ডলার (প্রতি বছর প্রত্যেকটা বন্ডের সুদ) = ২০০ ডলার।

২০২০ এর বন্ডগুলোর জন্য, ২০১০ এর শেষে, সে পাবে $8 \times 10 \times 6$ ডলার = ৪৮০ ডলার। আর ২০২০ এর শেষে সে পাবে আরো বাড়তি $10 \times 10 \times 6$ ডলার = ৬০০ ডলার। তাই, ২০১০ এর শেষে সে পাবে ৪৮০ ডলার এবং ২০২০ এর শেষে সে পাবে ১৪৮০ ডলার।

(c) ২০০৩ এ ২০১০ বন্ডগুলোর উৎপাদ ৫% ভাগ ৯৫ ডলার = ৫.২%; ২০১০ এ উৎপাদ নেমে দাঁড়াবে ৫%-এ কারণ বন্ডের মূল্য হবে ১০০ ডলার (মুদ্রিত মূল্য)। ২০২০ এর বন্ডগুলোর জন্য ২০০৩ এ, উৎপাদ হল ৬% ভাগ ৯০ ডলার = ৬.৬% এবং ২০২০ এ এটা নেমে দাঁড়াবে ৬% এ কারণ এখন এসব বন্ডের মূল্য ১০০ ডলার (মুদ্রিত মূল্য)।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

2.59 জেন 2003, জানুয়ারি 2 এ একটা ঝুঁকি নেয়, এবং 15% সুদে 10টা “জাংক বন্ড” কিনে প্রতিটা 50 ডলার করে যেগুলো পূর্ণতা পাবে 2010 এ।

(a) বন্ড প্রচলনকারী 2010 পর্যন্ত ব্যবসায় থাকবে ধরে নিয়ে, জেন 2003 থেকে 2010 এ কত মুনাফা পাবে?

(b) পূর্ণতা প্রাপ্তিকালে জেন বন্ড প্রচলনকারীর কাছ থেকে নগদ কত পাবে?

(c) বন্ডগুলো কেনার সময় এদের উৎপাদ কত ছিল?

লাভ এবং ক্ষতি**Profit and Loss**

স্টকের ক্ষেত্রে ইতোমধ্যে আমরা লাভ আলোচনা করেছি। কিন্তু দোকানদাররা বিভিন্ন পণ্যের ওপর তাদের লাভ-ক্ষতি হিসেব করতে প্রায়ই একটা সূত্র ব্যবহার করে। লোকসান হবে ঋণাত্মক মুনাফা।

উদাহরণ :

একজনমুদি দোকানি এক কোয়ার্ট দুধ বিক্রি করে 99 সেন্টে। প্রত্যেক কোয়ার্টে তার খরচ 80 সেন্ট এবং তার চালন ব্যয় খরচের 15%। দুধে তার লাভ বা ক্ষতি কত?

$$80 \text{ সেন্টের } 15\% = 12 \text{ সেন্ট}$$

$$99 \text{ সেন্ট} - 80 \text{ সেন্ট} - 12 \text{ সেন্ট} = 7 \text{ সেন্ট}$$

তার লাভ প্রতি কোয়ার্টে 7 সেন্ট।

যদি পরিবর্তে তার চালন ব্যয় খরচের 25% হত, তার মুনাফা হত?

$$99 \text{ সেন্ট} - 80 \text{ সেন্ট} - 25\% (80) \text{ সেন্ট} = (99 - 80 - 20) \text{ সেন্ট}$$

$$= -1 \text{ সেন্ট}$$

তার প্রতি কোয়ার্টে ক্ষতি হত 1 সেন্ট।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

2.60 একটা কাচের ফুলদানির জন্য একজন দোকানির খরচ হয় 50 ডলার। মূল্য বাড়ানো হয় 40%। যদি ফুলদানিটাকে বিজ্ঞাপিত মূল্যের 15% ছাড়ে বিক্রি করা হয় তাহলে বিক্রয়কার লাভ কত হয়?

2.61 যদি একটা পণ্য 60 ডলারে বিক্রয় করা হয়, তাহলে লাভ হয় 20%। যদি একই পণ্যকে 20% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হয়, তাহলে বিক্রয় মূল্য কত?

অধ্যায়-3

অগ্রসর পর্যায়ের বয়স সমস্যাবলি Advanced Level Age Problems

এ অধ্যায়ে আমরা বয়স সম্পর্কিত শাব্দিক সমস্যাগুলোর বিশ্লেষণ এবং সমাধান চালিয়ে যাব, কিন্তু পরবর্তী পৃষ্ঠাগুলোর সমস্যাগুলো আমরা আগে যেগুলো সমাধান করেছি। সেগুলোর চেয়ে আরো জটিল। তাই, আমাদের প্রশ্নটা বিশ্লেষণ এবং বুঝার জন্য আর একটা উত্তর বের করতে সাহায্যের জন্য কিভাবে সমীকরণটা স্থাপন করব, বা কখনো কখনো দুটো সমীকরণ স্থাপন করব তার জন্য অধিক সময় ব্যয় করতে হবে।

আগের মতই, এসব সমস্যায় একটা বাচ্চা এবং অন্যটার মধ্যে বয়সের পার্থক্য, একটা বাচ্চা আর একজন বয়স্কের মধ্যে, বা দুই ব্যক্তির চেয়ে বেশি জনের মধ্যে বয়সের পার্থক্য অন্তর্ভুক্ত, আর আমাদের সমস্যাগুলো যত্নসহকারে পড়তে হবে যাতে এখন বা প্রদত্ত সময়ে ব্যক্তিদের বয়স হিসেব করা যায়।

তথ্যগুলো থেকে ছক তৈরি করে এবং এসব ছক থেকে তারপর সমীকরণ তৈরি করে, আমরা সমস্যাগুলোর সমাধান করে সঠিক উত্তরগুলো বের করতে সক্ষম হব। এ অধ্যায়ের শেষে আমরা শিখব নির্দিষ্ট ধরনের সমস্যার সমাধানের জন্য কিভাবে দ্বিঘাত সমীকরণ স্থাপন করতে হয়।

উদাহরণ :

এলান বার্টের চেয়ে 5 বছরের বড়। যদি 3 বছর পর, এলানের বয়স বার্টের বয়সের দ্বিগুণ হয়, এমন এলান আর বার্টের বয়স কত?

যদি বার্টের বয়স x হয়, তাহলে এলানের বয়স $x + 5$ । একটা ছক তৈরি করি।

নাম	বর্তমান বয়স	3 বছর পর বয়স
এলান	$x + 5$	$x + 5 + 3 = x + 8$
বার্ট	x	$x + 3$

এলানের বয়স হবে বার্টের বয়সের দ্বিগুণ।

$$\text{সমীকরণ : } x + 8 = 2(x + 3)$$

$$x + 8 = 2x + 6$$

$$2 = x$$

বার্টের বয়স 2 বছর এবং এলানের বয়স $2 + 5 = 7$

$$\text{পরীক্ষা : 3 বছর পর } 2 + 3 = 5$$

$$7 + 3 = 10$$

$$2 \times 5 = 10$$

এলানের বয়স x ধরেও সমস্যাটার সমাধান করা যায়, কিন্তু মনে রাখতে হবে যদি এলান বার্টের চেয়ে বয়স্ক হয়, তাহলে বার্ট এলানের চেয়ে ছোট হবে। তাহলে:

নাম	বর্তমান বয়স	3 বছর পর বয়স
এলান	x	$x + 3$
বার্ট	$x - 5$	$x - 5 + 3 = x - 2$

$$\text{সমীকরণ : } x + 3 = 2(x - 2)$$

$$x + 3 = 2x - 4$$

$$7 = x$$

এলানের বয়স 7 বছর এবং বার্টের বয়স $7 - 5 = 2$ বছর।

উদাহরণ :

এলসা থরের চেয়ে 7 বছরের ছোট। তাদের বয়সের সমষ্টি 35 বছর। তাদের বয়স কত?

যদি থরের বয়স x হয়, তাহলে এলসার বয়স $x - 7$

একত্রে তাদের বয়স $x + x - 7$ বা 35

$$\text{সমীকরণ : } x + x - 7 = 35$$

$$2x = 35 + 7$$

$$2x = 42$$

$$x = 21$$

থরের বয়স 21 বছর এবং এলসার বয়স 14 বছর।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

3.1 এলসার বয়স x ধরে পূর্ববর্তী সমস্যাটার সমাধান কর।

3.2 আমার জন্মের সময় আমার বাবার বয়স ছিল 41 বছর। আট বছর আগে তার বয়স যত ছিল, পাঁচ বছর পর আমার বয়সের 3 গুণ তার সমান। আমার বয়স কত?

3.3 লিনের বাবার বয়স লিনের বয়সের 4 গুণ। পাঁচ বছর আগে পিতার বয়স ছিল লিনের বয়সের 7 গুণ। এখন লিনের বয়স কত?

3.4 এড আর কার্ল দুই ভাই। তাদের এবং তাদের পিতার বয়সের সমষ্টি 61 বছর। এডকার্লের চেয়ে 5 বছরের বড় আর তাদের পিতার বয়স কার্লের বয়সের 6 গুণ। কার্লের বয়স কত?

3.5 একজন 40 বছর বয়স্ক লোকের তিন কন্যা আছে, তাদের বয়স 6, 3 এবং 1 বছর। কত বছরে তাদের বয়সের সমষ্টি তাদের পিতার বয়সের 80% হবে?

উদাহরণ :

টম আর লুয়ের বয়সের সমষ্টি হল 41 বছর আর পার্থক্য 31 বছর। তাদের বয়স কত?

এখানে আমরা x এবং y দুটো নিয়েই কাজ করব। ধরি, টমের বয়স x এবং লুয়ের বয়স y বছর।

সমীকরণসমূহ :

$$x + y = 41$$

$$x - y = 31$$

সমীকরণগুলো যোগ কর :

$$2x = 72$$

$$x = 36$$

টমের বয়স 36 বছর এবং লুয়ের বয়স $41 - 36 = 5$ বছর

এখন, যদি সমস্যাটা ভিন্নভাবে বর্ণিত হয়! লু আর তার বাবার বয়সের সমষ্টি 41 এবং পার্থক্য 31 বছর, আমরা বুঝতে পারব বাবার বয়স বেশি। যদি আমরা লুয়ের বয়স ধরি x এবং তার বাবার বয়স ধরি, y , তাহলে আমরা পাই :

$$x + y = 41$$

$$\text{এবং } y - x = 31$$

$$2y = 72$$

$$y = 36$$

পিতার বয়স 36 বছর এবং লুয়ের বয়স 5 বছর।

অনুশীলনী সমস্যাবলি :

অনুশীলনের জন্য দুটো চলক ব্যবহার কর।

3.6 ব্রিটা এবং তার মেয়ে ইভার বয়সের পার্থক্য 30 বছর। তাদের বয়সের সমষ্টি 118 বছর। ইভার বয়স কত?

3.7 জ্যাক সুসানের চেয়ে 3 বছরের বড়। তাদের বয়সের সমষ্টি 27 বছর। তাদের বয়সগুলো বের কর।

3.8 গ্লেন কার্লার চেয়ে 6 বছরের বড়। গ্লেনের বয়সের দ্বিগুণ এবং কার্লার বয়সের সমষ্টি 57 বছর। তাদের বয়সগুলো বের কর।

3.9 ক্রিস মেরির চেয়ে 7 বছরের ছোট। মেরির বয়সের তিনগুণ থেকে ক্রিসের বয়স বাদ দিলে 43 বছর হয়। তাদের বয়সগুলো বের কর।

3.10 রে সিগের চেয়ে 2 বছরের ছোট। রে-এর বয়সের 5 গুণ থেকে সিগের বয়সের 3 গুণ বাদ দিলে সিগের বয়স পাওয়া যায়। ছেলে দুটোর বয়স কত?

উদাহরণ :

জন এবং ডেভিডের বয়সের অনুপাত 6 : 5। 7 বছর পর অনুপাত হবে 7 : 6। এখন তাদের বয়স কত?

অনুপাত হল ভাগ দ্বারা দুটো সংখ্যার তুলনা। 6 : 5, 12 : 10, 18 : 15 ইত্যাদির মত একই অনুপাত। যেহেতু অনুপাত হল 6 : 5, আমরা বয়সগুলোকে ধরতে পারি $6x$ এবং $5x$ । (অধ্যায় 5 এর অনুপাত সমস্যাগুলোও দ্রষ্টব্য।)

একটা ছক স্থাপন করি :

নাম	বর্তমান বয়স	7 বছর পর বয়স
জন	$6x$	$6x + 7$
ডেভিড	$5x$	$5x + 7$

এখন বয়সগুলো অনুপাত হবে 7 : 6, আমরা একটা সমীকরণ স্থাপন করি :

$$6x + 7 \frac{6x + 7}{5x + 7} = \frac{7}{6}$$

এটা একটা সমানুপাত (দুটো সমান অনুপাত), তাই আমরা বজ্রগুণন করতে পারি :

$$\begin{aligned} 6(6x + 7) &= 7(5x + 7) \\ 36x + 42 &= 35x + 49 \\ x &= 7 \end{aligned}$$

জনের বয়স $6(7) = 42$ বছর আর ডেভিডের বয়স $5(7) = 35$ বছর।

পরীক্ষা : 7 বছর পর জনের বয়স হবে 49 বছর আর ডেভিডের বয়স 42 বছর। অনুপাত : $49 : 42 = 7 : 6$

বিকল্প সমাধান :

নাম	বর্তমান বয়স	7 বছর পর বয়স
জন	x	$x + 7$
ডেভিড	y	$y + 7$

সমীকরণগুলো :

$$\frac{x}{y} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{x + 7}{y + 7} = \frac{7}{6}$$

দুটো সমীকরণই বজ্রগুণন করি :

$$5x = 6y \quad \text{বা, } 5x - 6y = 0 \quad 6(x + 7) = 7(y + 7)$$

$$6x + 42 = 7y + 49$$

$$\text{বা, } 6x - 7y = 7$$

এখন আমরা দুটো সমীকরণ পাই :

$$5x - 6y = 0, \quad 7 \text{ দিয়ে গুণ করে : } \quad 35x - 42y = 0$$

$$6x - 7y = 7, \quad 6 \text{ দিয়ে গুণ করে : } \quad 36x - 42y = 42$$

$$\text{দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে প্রথম সমীকরণ বিয়োগ করে : } \quad x = 42$$

$$5(42) = 6y$$

$$35 = y$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

3.11 অ্যাডাম আর ভিক্টরের বয়স একত্রে 15 বছর। ভিক্টরের বয়স তার ভাই অ্যাডামের বয়সের 50%। ছেলেগুলোর বয়স বের কর।

3.12 ইনা, মিনা, এবং মোর বয়সের অনুপাত 4 : 6 : 7। একত্রে মেয়ে তিনটির বয়স 102 বছর। তাদের বয়স কত?

3.13 মার্ক এবং মিন্ডির বয়স একত্রে 54 বছর। মার্কের বয়সের তিন গুণ, মিন্ডির বয়সের 4 গুণের সমান। তাদের বয়স কত?

3.14 জিম আর জনের বয়সের অনুপাত 3 : 7। যদি তুমি জিমের বয়সকে 4 দিয়ে গুণ কর তাহলে যে ফল পাবে, জনের বয়সের সাথে 40 যোগ করলে একই ফল পাওয়া যাবে। জিম আর জনের বয়স কত?

3.15 ছয় বছর আগে, ডেভিডের মায়ের বয়স ডেভিডের বয়সের 13 গুণ ছিল। এখন তার বয়স ডেভিডের বয়সের মাত্র 4 গুণ। এখন ডেভিডের বয়স কত?

উদাহরণ :

লিভার বয়সের দ্বিগুণের সাথে 1 যোগ করলে যা হয় তার বয়সের তিন গুণ থেকে 4 বাদ দিলে একই ফল হয়। এখন লিভার বয়স কত?

$$\begin{aligned} \text{যদি লিভার বয়স } x \text{ হয়, তাহলে} \quad & 2x + 1 = 3x - 4 \\ & 5 = x \end{aligned}$$

লিভার বয়স 5 বছর।

$$\text{পরীক্ষা : } 2(5) + 1 = 10 + 1 = 11$$

$$3(5) - 4 = 15 - 4 = 11$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

3.16 মায়ের বয়স মেয়ের চেয়ে 28 বছর বেশি। 4 বছর পর মায়ের বয়স হবে কন্যার বয়সের 3 গুণ হবে। এখন মায়ের বয়স কত?

3.17 পাঁচ বছর আগে, এলেনের মায়ের বয়স ছিল এলেনের বয়সের 7 গুণ। পাঁচ বছর পর এলেনের মায়ের বয়স হবে এলেনের বয়সের মাত্র 3 গুণ। এখন এলেনের বয়স কত?

3.18 এডের বয়স তার ভাই জনের চেয়ে 8 বছর বেশি। পাঁচ বছর আগে, এডের বয়স ছিল জনের বয়সের 3 গুণ। তাদের বর্তমান বয়সগুলো কত?

3.19 কার্লের বয়স জিঞ্জারের বয়সের দ্বিগুণ। যদি কার্লের বয়স 2 বছর কম হত আর জিঞ্জারের বয়স 3 বছর বেশি হত, তাদের বয়সের পার্থক্য হত 3 বছর। জিঞ্জারের বয়স কত?

3.20 রন তার স্ত্রী, বেভের 6 বছরের বড়। 4 বছর পর তার বয়সের দ্বিগুণের সাথে 1 যোগ করলে, 3 বছর আগে বেভের বয়সের 3 গুণের সমান হয়। এখন তাদের বয়স কত?

উদাহরণ :

যখন রালফ তার গণিত শিক্ষিকাকে জিজ্ঞেস করল তার বয়স কত, তিনি উত্তর দেন : “দশ বছর আগে, আমার বয়স ছিল আমার মেয়ের বর্ণের সমান। 14 বছর পর আমার বয়স হবে আমার মেয়ের বয়সের দ্বিগুণ।”

ধরি, শিক্ষিকার বয়স x এবং তার মেয়ের বয়স y বছর।

একটা ছক তৈরি করি :

নাম	বর্তমান বয়স	10 বছর আগে বয়স	14 বছর পরে বয়স
শিক্ষিকা	x	$x - 10$	$x + 14$
মেয়ে	y	$y - 10$	$y + 14$

সমীকরণগুলো : $x - 10 = (y - 10)^2 \rightarrow x - 10 = y^2 - 20y + 100$

$x + 14 = 2(y + 14) \rightarrow x + 14 = 2y + 28 \rightarrow x = 2y + 14$

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে x -এর মান প্রথম সমীকরণে প্রতিস্থাপন করি :

$$2y + 14 - 10 = y^2 - 20y + 100$$

সহজ করে : $y^2 - 22y + 96 = 2y + 14 - 10$

$$y^2 - 22y + 96 = 0$$

উৎপাদক : $(y - 6)(y - 16) = 0$

$$y - 6 = 0 \quad y - 16 = 0$$

$$y = 6 \quad y = 16$$

আমাদের অবশ্যই $y = 6$ বাদ দিতে হবে কারণ 10 বছর আগে, মেয়ের বয়স হত -4 ।

একটা সমীকরণে y -এর মান বসিয়ে আমরা শিক্ষিকার বয়স বের করতে পারি:

$$x - 10 = (16 - 10)^2$$

$$x - 10 = 36$$

$$x = 46$$

শিক্ষিকার বয়স 46 বছর।

পরীক্ষা : 14 বছর পর শিক্ষিকার বয়স হবে 60 বছর এবং তার মেয়ের বয়স হবে 30 বছর।

অনুশীলনী সমস্যাবলি :

3.21 ডোরা এবং ফিলের বয়সের গুণফল 243। ফিলের বয়স ডোরার বয়সের 3 গুণ। ফিলের বয়স কত?

3.22 লিজ রোনাল্ডের চেয়ে 2 বছরের বড়। তাদের বয়সের গুণফল 440। তাদের বয়স কত?

3.23 পাঁচ বছর আগে, শার্লটের মেয়েদের বয়সের সমষ্টি ছিল 22 বছর। এখন থেকে পাঁচ বছর পর, বড় মেয়ের বয়স ছোট মেয়ের বয়সের ঠিক দ্বিগুণ হবে। এখন বড় মেয়ের বয়স কত?

3.24 একজন গণিতবিদকে জিজ্ঞেস করা হল তার বয়স কত? সে উত্তর দিল : x^2 সালে আমার বয়স হবে x বছর।” 2006-এ তার বয়স কত হবে?

সূত্র : 2000 এবং পরবর্তী সালগুলোর মধ্যে তোমার ক্যালকুলেটরের সাহায্যে নিখুঁত বর্গগুলো বের কর।

3.25 সুসান তার বোন লুসির চেয়ে 5 বছরের বড়। লুসির বয়সের বর্গ এবং সুসানের বয়সের দ্বিগুণের সমষ্টি 58। লুসির বয়স কত?



অধ্যায়-4

মিশ্রণ সমস্যাবলি

Mixing Problems

এ অধ্যায়ে আমরা বিভিন্ন বস্তুর মিশ্রণ সম্পর্কিত শাব্দিক সমস্যাগুলো সমাধানের জন্য সমীকরণ স্থাপন করা শিখব। উদাহরণস্বরূপ, বিভিন্ন মানের স্ট্যাম্প আর মুদ্রা। আমরা এক বাস্ক ভর্তি নিকেল আর ডাইমের মোট সংখ্যা এবং মান জানি। কিন্তু আমরা জানতে চাই বাস্কটায় একত্রে কয়টা নিকেল আর কয়টা ডাইম মিশ্রিত ছিল। অথবা আমরা একটা নির্দিষ্ট আয়তনের ঘন ফলের জুসের সাথে পানি মিশিয়ে বেশি আয়তনের লঘু ঘনত্বের ফলের জুস তৈরি করতে চাই। আমাদের কতটুকু পানি যোগ করা উচিত?

আমরা ধাতুসমূহ মিশ্রণের সমস্যাগুলো নিয়েও আলোচনা করব; উদাহরণস্বরূপ, 18 ক্যারেট সোনা তৈরির জন্য একজন মণিকারকে খাঁটি সোনার (24 ক্যারেট) একটা পরিমাণের সাথে কতটুকু নিকেল যোগ করতে হবে।

এ অধ্যায়ে পণ্যসমূহের পৃথক মূল্য সম্পর্কিত পরিস্থিতি নিয়েও আলোচনা করা হয়েছে, যেমন বড় এবং বাচ্চাদের ভর্তি টিকেট, আপেল এবং নাশপতি, চুইংগাম এবং চকোলেট।

সবশেষে আমরা হিসেব করব কি ঘণ্টে যখন মোট অর্থের এক অংশ একটা সুদের হারে এবং অন্য অংশ একটা ভিন্ন হারে বিনিয়োগ করা হয়।

দ্রষ্টব্য : সবগুলো মিশ্রণের সমস্যায়, একটা সমাধান চেষ্টা আগে সব প্রদত্ত উপাত্তগুলোর ছক তৈরি করলে এটা সাহায্যকারী হয়।

স্ট্যাম্প আর মুদ্রা

Stamps and Coins

উদাহরণ : এড পোস্ট অফিসে 150টা স্ট্যাম্প কিনে। কিছু ছিল 37 সেন্টের স্ট্যাম্প এবং কিছুছিল 80 সেন্টের স্ট্যাম্প। তার মোট খরচ হল 77 ডলার। সে প্রত্যেক ধরনের কয়টা করে স্ট্যাম্প কিনেছিল?

এখানে আমাদের পছন্দ করার সুযোগ আছে। একটা চলক নাকি দুটো? একটা দিয়ে শুরু করি।

ছক :

স্ট্যাম্পের সংখ্যা	মূল্যমান (সেন্ট)	মোট মূল্য (সেন্ট)
x	37	37x
150 - x	80	80(150 - x)
		7700

সমীকরণ :

$$37x + 80(150 - x) = 7700$$

$$37x + 12000 - 80x = 7700$$

$$4300 = 43x$$

$$100 = x$$

100 টা 37 সেন্টের স্ট্যাম্প।

150 - 100 = 50 টা 80 সেন্টের স্ট্যাম্প।

যদি দুটো চলক দিয়ে কাজ করা পছন্দ কর, আমরা একটা নতুন ছক তৈরি করি।

স্ট্যাম্পের সংখ্যা	মূল্যমান (সেন্ট)	মোট মূল্য (সেন্ট)
x	37	37x
y	80	80y
150		7700

সমীকরণ :

$$x + y = 150$$

$$37x + 80y = 7700$$

প্রথম সমীকরণসকে 80 দিয়ে গুণ করি যাতে দুটো সমীকরণের y-এর সহগ একই হয়। তারপর একটা সমীকরণ থেকে অন্যটা বিয়োগ করলে y চলক দূর হয়ে যাবে।

$$\begin{array}{r}
 80x + 80y = 12000 \\
 37x + 80y = 7700 \\
 \hline
 43x = 4300 \\
 x = 100
 \end{array}$$

উদাহরণ :

জেসিকা তার দাদির মুদ্রাগুলোকে শ্রেণী অনুযায়ী ভাগ করল। সে শুধু নিকেল আর পেনির মোট 96টা মুদ্রা পেল। যদি সেখানে মোট 3.92 ডলার থাকে, তাহলে কয়টা নিকেল ছিল আর কয়টা পেনি ছিল?

ধরি, নিকেলের সংখ্যা x এবং পেনির সংখ্যা $96 - x$ । তাহলে একটা ছক তৈরি করি :

	মুদ্রার সংখ্যা	মূল্যমান (সেন্ট)	মোট মূল্য (সেন্ট)
নিকেল	x	5	$5x$
পেনি	$96 - x$	1	$96 - x$
মোট	96		392

$$\text{সমীকরণ : } 5x + 96 - x = 392$$

$$4x = 296$$

$$x = 74$$

$$96 - 74 = 22$$

সেখানে নিকেল ছিল 74টা আর পেনি 22টা।

$$\text{পরীক্ষা : } 74 \times 5 + 22 = 370 + 22 = 392$$

অনুশীলনসমস্যাবলি :

4.1 জেন পোস্ট অফিস থেকে স্ট্যাম্প কিনল। কিছু ছিল 3.85 ডলারের স্ট্যাম্প আর কিছু 80 সেন্টের স্ট্যাম্প। সে মোট 50টা স্ট্যাম্পের জন্য 162 ডলার দিল। সে প্রত্যেক ধরনের কয়টা করে কিনেছে?

4.2 মাইকেলের কাছে নিকেল আর ডাইম মিলে মোট 60টা আছে। তাদের মোট মূল্য 5.00 ডলার। তার প্রত্যেক ধরনের মুদ্রা কয়টা করে আছে?

4.3 সারার কাছে নিকেল আর ডাইমে 3 ডলার আছে। নিকেলের সংখ্যা ডাইমের চেয়ে 18টা বেশি। প্রত্যেক ধরনের কয়টা করে মুদ্রা আছে?

4.4 একটা পার্সে 27টা মুদ্রা আছে, সব সিকি আর ডাইম। অর্থগুলোর মোট মূল্য 6.45 ডলার। প্রত্যেক ধরনের কয়টা করে মুদ্রা আছে?

বিভিন্ন শক্তিমাত্রার তরল পদার্থ Liquids With Different Strengths

যখন তুমি দুটো তরল পদার্থ মেশাও, যেমন ভিন্ন শক্তিমাত্রার ভিনেগারসমূহ, তুমি অন্য শক্তিমাত্রার ভিনেগার দ্রবণ পাবে। এসব সমস্যার জন্য তুমি একটা ছক স্থাপন কর।

উদাহরণ :

30% শক্তিমাত্রার 20 আউন্স ভিনেগারের সাথে 20% শক্তিমাত্রার 40 আউন্স ভিনেগার দ্রবণ মেশানো হল। মিশ্রিত দ্রবণের শতকরা পরিমাণ কত?

ছক :

পরিমাণ (আউন্স)	শক্তিমাত্রা (%)	বিশুদ্ধ ভিনেগার (100%) (আউন্স)
20	30	20 (30%) = 6
40	20	40 (20%) = 8
<u>60</u>	<u>x</u>	<u>6 + 8 = 14</u>

সমীকরণ : $60(x\%) = 14$

$$\frac{60}{100}x = 14$$

$$x = 1400/60$$

$$x = 23.3$$

উত্তর : নতুন দ্রবণ ছিল 23.3%।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

4.5 45% দ্রবণ তৈরির জন্য 50% অ্যালকোহলের 80 লিটারের সাথে 20% অ্যালকোহলের কত লিটার দ্রবণ যোগ করতে হবে?

4.6 40% এসিড দ্রবণ পেতে 20% এসিড দ্রবণের সাথে কত আউন্স বিশুদ্ধ এসিড (100%) যোগ করতে হবে?

4.7 30% বেদানার জুসের 40 আউন্সের মদের সাথে 10% বেদানার জুসের 50 আউন্স একই রকম মদ যোগ করা হল। মিশ্রিত মদে বেদানার জুসের শতকরা পরিমাণ কত?

পানির সাহায্যে দ্রবণ লঘুকরণ

Diluting Solutions With Water

একটা ফার্মেসি বা রসায়ন ল্যাবে আমরা প্রায়ই একটা শক্তিশালী দ্রবণকে পানি মিশিয়ে লঘু করি। তুমি ওপরের মত ছক স্থাপন কর। মনে রেখ পানির শক্তিমাাত্রা 0%।

উদাহরণ :

একজন রসায়নবিদের 10% অ্যালকোহল দ্রবণ প্রয়োজন এবং তার কাছে শুধু 50% দ্রবণ আছে। 10% অ্যালকোহলের 10 লিটার তৈরি করতে কতটুকু পানি যোগ করতে হবে?

একটা ছক তৈরি করি :

পরিমাণ (লিটার)	শতকরা (%)	বিশুদ্ধ অ্যালকোহল	(100%)
অ্যালকোহল দ্রবণ	x	50	50% x
পানি	10 - x	0	0
মোট	10	10	100%

$$\text{সমীকরণ : } 50\% x = 100\%$$

$$x = 2$$

রসায়নবিদের প্রয়োজন হবে 2 লিটার 50% অ্যালকোহল দ্রবণ এবং 8 লিটার পানি।

পরীক্ষা : 2 লিটার 50% অ্যালকোহল থাকে $2(50\%) = 1$ লিটার বিশুদ্ধ অ্যালকোহল। 1 লিটার বিশুদ্ধ অ্যালকোহলকে 10 লিটারে লঘু করা হলে শতকরা হ্রাস $1/10 = 10\%$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

4.8 40% অ্যালকোহল দ্রবণ তৈরির জন্য 90% অ্যালকোহলের 4 লিটারের সাথে কতটুকু পানি যোগ করতে হবে?

4.9 5% স্যালাইন (লবণ) দ্রবণ তৈরির জন্য 20% স্যালাইন দ্রবণের 1 লিটারের সাথে কতটুকু পানি যোগ করতে হবে?

4.10 1.5% দুধ দ্রবণ তৈরির জন্য 0.5% দুধ দ্রবণের 100 কোয়ার্টের সাথে 3% দুধের কত কোয়ার্ট যোগ করতে হবে?

4.11 একজন রসায়নবিদ 10% হাইড্রোজেন পার-অক্সাইড দ্রবণকে 3% দ্রবণে লঘু করতে চান। 3% দ্রবণের 5 লিটার তৈরি করতে কি পরিমাণ বিশুদ্ধ পানি যোগ করতে হবে?

ধাতুসমূহের মিশ্রণ

Mixing Metals

একজন মণিকারকে প্রায়ই বিশুদ্ধ ধাতুর (100%) যেমন সোনা বা রূপার সাথে অন্যান্য কম দামি ধাতু মেশাতে হয়। এখানে আমরা তরল পদার্থের মিশ্রণের মত একই ধরনের ছক ব্যবহার করি।

উদাহরণ :

20% সোনামিশ্রিত ধাতু তৈরির জন্য 25 গ্রাম বিশুদ্ধ সোনার সাথে কত গ্রাম নিকেল যোগ করতে হবে?

একটা ছক তৈরি করি :

	পরিমাণ (গ্রাম)	শতকরা (%)	বিশুদ্ধ সোনা (গ্রাম)
নিকেল	x	0	0
সোনা	25	100	25 (100%) = 25
মোট	x + 25	20	(x + 25) 20%

সমীকরণ : $25 = (x + 25) 20\%$

$$25 = 0.2x + 5$$

$$20 = 0.2x$$

$$x = 100$$

100 গ্রাম নিকেল যোগ করতে হবে।

পরীক্ষা $(100 + 25) 20\% = 125 (0.2) = 25$

অনুশীলন সমস্যাবলি

4.12 রূপার সাথে নিকেল মেশাতে হবে। মণিকার বিশেষায়িত করে দিল মিশ্রণে 60% রূপা থাকতে হবে। 90 গ্রাম রূপার সাথে কি পরিমাণ নিকেল যোগ করতে হবে?

4.13 24 ক্যারেট সোনা আর 100% বিশুদ্ধ সোনা একই। ধরো তোমার কাছে 14 ক্যারেটের 300 গ্রাম সোনা আছে আর তুমি সোনার পরিমাণকে 18 ক্যারেটে বাড়তে চাও, তোমাকে কি পরিমাণ বিশুদ্ধ সোন যোগ করতে হবে?

মিশ্র থলে

A Mixed Bag

অনেক সমস্যায় টিকেটের মূল্য নিয়ে আলোচনা করা হয় যেখানে বড়দের টিকেটের মূল্য বাচ্চাদের চেয়ে বেশি থাকে।

উদাহরণ :

স্থানীয় স্কুলে একটা প্রদর্শনীতে 250 জন লোক ছিল। বড়দের টিকেট 9 ডলার আর বাচ্চাদের ছির 2.50 ডলার। যদি 1112.50 ডলার মূল্যের টিকেট বিক্রি হয়, প্রদর্শনীতে কত জন্য প্রাপ্তবয়স্ক আর কত জন বাচ্চা ছিল?

একটা ছক তৈরি করি :

লোকসংখ্যা	টিকেটের মূল্য (ডলার)	মোট (ডলার)
প্রাপ্ত বয়স্ক x	9	9x
বাচ্চা 250 - x	2.50	(250 - x) 2.50
মোট 250	-	1112.50

$$\text{সমীকরণ : } 9x + (250 - x) 2.50 = 1112.50$$

$$9x + 625 - 2.50x = 1112.50$$

$$6.5x = 487.5$$

$$x = 75$$

$$250 - 75 = 175$$

উত্তর : সেখানে 75 জন পূর্ণবয়স্ক এবং 175 জন বাচ্চা ছিল।

$$\text{পরীক্ষা : } 75(9) + 175(2.50) = 675 + 437.50 = 1112.50$$

যদি আমরা x এবং y দুটোই ব্যবহার করি ছকটা আরো সুন্দর হবে :

লোকসংখ্যা	টিকেটের মূল্য (ডলার)	মোট (ডলার)
প্রাপ্ত বয়স্ক x	9	9x
বাচ্চা y	2.50	2.50y
মোট 250	-	1112.50

সমীকরণ : $x + y = 250$

$$9x + 2.50y = 1112.5$$

প্রথম সমীকরণকে 2.5 দ্বারা গুণ করি : $2.5x + 2.5y = 625$

বিয়োগ করি : $6.5x = 487.5$

$$x = 75$$

$$y = 250 - 75$$

$$y = 175$$

এখনো আমরা একই উত্তর পাব : প্রদর্শনীতে 75 জন পূর্ণবয়স্ক এবং 175 জন বাচ্চা ছিল।

অনুশীলনস সমস্যাবলি :

4.14 একটা বেটনীর ভেতর মুগরি আর ভেড়া আছে। মোট 22টা মাথা আর 58টা পা আছে। বেটনীতে কয়টা মুরগি আর কয়টা ভেড়া আছে?

4.15 সালমার কাছে বেশ কিছু 10 ডলার এবং 20 ডলারের বিল আছে। 10 ডলারের বিলের সংখ্যা 20 ডলারের বিলের চেয়ে 5 গুণ বেশি। মোট অর্থের সংখ্যা 840 ডলার। সালমার কাছে 10 ডলারের কয়টা বিল আছে?

4.16 95 জন লোক একটা কনসার্টের টিকেট কিনল। টিকেটের মূল্য ছিল প্রতিটা 10 ডলার। ক্যাশিয়ার মোট 88টা মিশ্রিত 10 ডলার এবং 20 ডলারের বিল পেল। 20 ডলারের বিল কয়টা ছিল?

4.17 কার্লসন পরিবার 2 জন বড় এবং 3 জন বাচ্চার জন্য চার্টার টিকেট কিনল। তারা মোট 1450 ডলার প্রদান করল। একটা বড়দের টিকেটের মূল্য একটা বাচ্চাদের টিকেটের মূল্যের চেয়ে 50 ডলার বেশি। একটা বড়দের টিকেটের মূল্য কত?

ফলমূল, ক্যান্ডি এবং অর্থ

Fruit, Candy, and Money

যদি আমরা ক্রয়ের মোট মূল্য জানি এবং একাধিক সমীকরণ পাওয়ার জন্য যথেষ্ট তথ্য থাকে, তাহলে আমরা কেনা প্রতিটি পণ্যের মূল্য বের করতে পারি।

উদাহরণ :

2 পাউন্ড নাশপাতি এবং 3 পাউন্ড আপেলের মূল্য একত্রে 4.26 ডলার, যখন 3 পাউন্ড নাশপাতি এবং 2 পাউন্ড আপেলের মূল্য 4.49 ডলার। প্রত্যেক ফলের প্রতি পাউন্ডের মূল্য কত?

দুটো অজানা রাশির কারণে, আমাদের দুটো সমীকরণ প্রয়োজন, আর, তাই, দুটো ছক :

পণ্য	ওজন (পাউন্ড)	মূল্য/পাউন্ড (ডলার/পাউন্ড)	মোট মূল্য (ডলার)
নাশপাতি	2	x	2x
আপেল	3	y	3y
মোট মূল্য			2x + 3y বা 4.26
পণ্য	ওজন (পাউন্ড)	মূল্য/পাউন্ড (ডলার/পাউন্ড)	মোট মূল্য (ডলার)
নাশপাতি	3	x	3x
আপেল	2	y	2x
মোট মূল্য			3x + 2y বা 4.49

আমরা দুটো সমীকরণ পাই :

$$2x + 3y = 4.26 \text{ দুই দিয়ে গুণ করে : } \quad 4x + 6y = 8.52$$

$$3x + 2y = 4.49 \text{ তিন দিয়ে গুণ করে : } \quad 9x + 6y = 13.47$$

$$\text{দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে প্রথম সমীকরণ বিয়োগ করে : } \quad 5x = 4.95$$

$$x = 0.99$$

নাশপাতির মূল্য 0.99 ডলার/ পাউন্ড

প্রথম সমীকরণে $x = 0.99$ বসিয়ে পাই :

$$2(0.99) + 3y = 4.26$$

$$3y = 4.26 - 1.98$$

$$3y = 2.28$$

$$y = 0.76$$

আপেলের মূল্য 0.76 ডলার/পাউন্ড।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

4.18 অ্যান্ডি 5 পিস গাম আর 8টা ছোট চকোলেট 1.70 ডলারে। লিসা 7টা গাম আর 4টা ছোট চকোলেট কিনল 1.30 ডলারে। প্রত্যেকটা গাম আর চকোলেটের মূল্য কত?

4.19 কেলি একটা মুদির দোকানে কাজ করে। এক সপ্তাহে সে 47 ঘণ্টার জন্য 390 ডলার আয় করে, যার 7 ঘণ্টা ছিল ওভারটাইম। পরের সপ্তাহে সে 8 ঘণ্টা ওভারটাইমসহ 50 ঘণ্টার জন্য আয় করে 416 ডলার। কেলির ওভারটাইম হার কত?

ভিন্ন ভিন্ন সুদের হারে বিনিয়োগ Investments at Different Interest Rates

উদাহরণ :

এড 2000 ডলার বিনিয়োগ করল : এক অংশ 3% সুদে, অন্য অংশ 1.5% সুদে। যদি সে এক বছরে 41.25 ডলার সরল সুদ পায়, তাহলে প্রত্যেক শতকরা হিসেবে সে কত বিনিয়োগ করেছিল?

একটা ছক তৈরি করি :

বিনিয়োগ	সুদ	সরল সুদ (%)
x	3	3% x
y	1.5	1.5% y
মোট 2000 ডলার		41.25 ডলার
সমীকরণসমূহ :		$x + y = 2000$
y-এর জন্য সমাধান করি :		$y = 2000 - x$
প্রতিস্থাপন :		$0.03x + 0.015y = 41.25$
সরল করে :		$0.03x + 30 - 0.015x = 41.25$
		$0.015x = 11.25$
		$x = 750$

তাই, $2000 - 750 = 1250$

উত্তর : এড 3% সুদে 750 ডলার এবং 1.5% সুদে 1250 ডলার বিনিয়োগ করেছিল।

পরীক্ষা : $750 \times 0.03 + 1250 \times 0.015 = 22.5 + 18.75 = 41.25$

অনুশীলন সমস্যা :

4.20 পল 3000 ডলার বিনিয়োগ করল, এক অংশ 1 বছর CD তে 1.20% সুদে এবং বাকিটুকু পৌর বন্ডে যেটা এক বছরে 3% সুদ দেয়। দুটো অ্যাকাউন্ট থেকে বার্ষিক পেল 72 ডলার। বন্ডে কত বিনিয়োগ করা হয়েছিল?

অধ্যায়-5

পরিমাপ সমস্যাবলি

Measurement Problems

এ অধ্যায়ে আমরা বিভিন্ন ধরনের পরিমাপসমূহ নিয়ে গবেষণা করব। আমরা অনুপাত এবং সমানুপাতরূপে পরিমাপসমূহের তুলনা দ্বারা শুরু করব। উদাহরণস্বরূপ, যদি তুমি উচ্চতায় তোমার ছোট বোনের দ্বিগুণ হও, তোমার উচ্চতা এবং তার উচ্চতার অনুপাত হল $2 : 1$ । যদি তোমার উচ্চতা হয় 6 ফুট এবং তোমার বোনের 3 ফুট, তা হলে $6 : 3$ হল $2 : 1$ এবং এটা একটা সমানুপাত। অন্য উদাহরণগুলো তোমাকে দেখাবে কিভাবে একটা ক্লাসের মেয়ে আর ছেলের অনুপাত বা ছেলে ও মেয়ের অনুপাত বের করা যায় যদি তাদের প্রত্যেকের সংখ্যা জানা থাকে, অথবা একটা খেলায় ছাত্রের সংখ্যা এবং অধ্যাপকদের সংখ্যা কিভাবে হিসেব করা যায় যদি তাদের মোট সংখ্যা আর ছাত্র ও অধ্যাপকদের অনুপাত জানা থাকে।

সমানুপাতসমূহ দৈনন্দিন সমস্যাবলি সমাধানের ক্ষেত্রে উপকারি : ধরো, তুমি 5 দিনের সপ্তাহে 350 ডলার আয় কর, 2100 ডলার আয়ের জন্য তোমাকে কত দিন কাজ করতে হবে? অথবা তুমি জান তোমার গাড়ি 1 গ্যালনে 20 মাইল যায়, 1000 মাইল যাবার জন্য তোমার কত গ্যালন গ্যাস দরকার?

পরোক্ষ পরিমাপগুলোর ক্ষেত্রেও আমরা সমানুপাত ব্যবহার করব। উদাহরণস্বরূপ, আমরা একটা ফ্ল্যাগপোলের ছায়ার দৈর্ঘ্য দেখে ফ্ল্যাগপোলটার উচ্চতা বের করব। যদি আমরা একটা প্রদত্ত বস্তু, ধর, একজন ব্যক্তি, আর বস্তুটার ছায়ার দৈর্ঘ্য জানি।

এ অধ্যায়ে আমরা আরো শিখব, কঠিন এবং তরল পদার্থসমূহ, ক্ষেত্রফল এবং আয়তন, আর তাপমাত্রা পরিমাপে ব্যবহৃত এককগুলো। আমরা প্রথাগত (ইংরেজ) পদ্ধতি এবং মেট্রিক পদ্ধতিও ব্যবহার করব আর শেখাব কিভাবে একটা থেকে অন্যটায় পরিবর্তন করতে হয়।

অনুপাত এবং সমানুপাত

Ratio and Proportion

একটা অনুপাত হল ভাগ দ্বারা দুটো সংখ্যা তুলনা। অনুপাতের চিহ্ন হল কোলন (:) বা একটা ভগ্নাংশ দণ্ড (—) বা (/)।

উদাহরণ :

২ ফুট এবং ৬ ফুটের অনুপাত বের কর।

$$2:6 \text{ বা } \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

অনুপাত হল 1 : 3।

উদাহরণ :

২ ফুট এবং ৬ ইঞ্চির অনুপাত বের কর।

যখন আমরা দুটো দৈর্ঘ্যের মাপ তুলনা করব, আমরা সাধারণত একক পরিমাপগুলোকে একই ধরনে পরিবর্তন করে নেই।

$$2 \text{ ফুট} = 24 \text{ ইঞ্চি}$$

$$\frac{24 \text{ ইঞ্চি}}{6 \text{ ইঞ্চি}} = \frac{4}{1}$$

অনুপাত হল 4 : 1।

উদাহরণ :

একটা ক্লাসে 15 টা ছেলে আর 18 টা মেয়ে আছে। (a) ছেলে এবং মেয়ে,

(b) মেয়ে এবং ছেলের অনুপাত কত?

$$(a) 15 \text{টা ছেলে আর } 18 \text{টা মেয়ের অনুপাত হল } \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

ছেলে এবং মেয়ের অনুপাত হল 5 : 6

$$(b) 18 \text{টা মেয়ে আর } 15 \text{টা ছেলের অনুপাত হল } \frac{18}{15} = \frac{6}{5}$$

মেয়ে এবং ছেলের অনুপাত হল 6 : 5

উদাহরণ :

দুটো সংখ্যার অনুপাত হল $2 : 5$, তাদের সমষ্টি হল 28 । সংখ্যাগুলো বের কর।

ধরি, সংখ্যা দুটো $2x$ এবং $5x$ । x কিসের জন্য তা কোন ব্যাপারই নয়, $2x$ আর $5x$ সর্বদা একই অনুপাতে $2 : 5$, থাকবে কারণ আমরা x বাদ দিতে পারি।

$$\text{সমীকরণ : } 2x + 5x = 28$$

$$7x = 28 \text{ বা } x = 4$$

$$2x = 2(4) = 8, \text{ এবং } 5x = 5(4) = 20$$

সংখ্যাগুলো হল 8 আর 20

পরীক্ষা : $8 : 20$ (4 দ্বারা ভাগ করে) = $2 : 5$, এবং $8 + 20 = 28$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.1 5 মিনিট এবং 1 ঘণ্টার অনুপাত বের কর।

5.2 একটা 21 ইঞ্চি ফিতাকে $3 : 4$ অনুপাতে দুটো টুকরো করা হল। টুকরোগুলোর দৈর্ঘ্য কত?

5.3 আলাস্কার একটা শহরে, প্রতি 7 জন পুরুষের জন্য 3 জন মহিলা। তাদের মোট জনসংখ্যা যদি 4860 হয় তাহলে পুরুষ আর মহিলার সংখ্যা কত?

5.4 একটা কলেজ ফুটবল খেলায় ছাত্র এবং অধ্যাপকদের উপস্থিতির অনুপাত $16 : 1$ । যদি মোট 3400 জন ছাত্র এবং অধ্যাপক খেলাটায় উপস্থিত থাকে, তাহলে তাদের কতজন অধ্যাপক?

5.5 20 জনের একটা ক্যালকুলাস ক্লাসে মহিলার সংখ্যা 8 জন। ক্লাসটাতে পুরুষ ও মহিলার অনুপাত বের কর।

সমানুপাত

Proportion

দুটো সমান অনুপাত একটা সমানুপাত তৈরি করে। উদাহরণস্বরূপ $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ । একটা সমানুপাতে, সাধারণত সংখ্যাগুলোর একটা অজানা থাকে। তাই আমরা

সংখ্যাটাকে ধরি x । যদি উদাহরণ হয় $\frac{2}{3} = \frac{x}{6}$, তাহলে আমাদের x এর জন্য সমাধান করতে হবে।

সমানুপাত সমস্যাগুলোতে আমরা সাধারণত বজ্রগুণন ব্যবহার করি, তাই এখানে আমরা পাই $6(2) = 3(x)$ (যদি পর্যালোচনার প্রয়োজন হয়, সমীকরণগুলোর পর্যালোচনার জন্য পরিশিষ্ট দ্রষ্টব্য।) এ পদ্ধতি শুধু তখনই ব্যবহার করা যাবে যখন আমরা সমানুপাত, অর্থাৎ দুটো সমান ভগ্নাংশ পাই। আমরা একটা হরকে বিপরীত লব দ্বারা গুণ করি। এক্ষেত্রে 6 গুণ 2 তারপর আমরা অন্য হরকে (এখানে 3) বিপরীত লব (এখানে x) দিয়ে গুণ করি।

উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে সমীকরণটার সমাধান করি। উত্তর হল 4।

উদাহরণ :

প্যাট 2 দিনে 360 ডলার আয় করে। 450 ডলার আয় করতে তার কত দিন লাগবে?

ধরি, এতে x দিন লাগবে।

$$\text{একটা সমানুপাত স্থাপন করি : } \frac{360}{4} = \frac{450}{x}$$

নিশ্চিত কর যে সংগতিপূর্ণ জিনিসগুলো যেন একই জায়গাসমূহ দখল করে। এখানে দুটো লবই মোট বেতন দেখাচ্ছে এবং উভয় হরই দিনগুলো দেখাচ্ছে। প্রথম ক্ষেত্র বামে এবং দ্বিতীয়ক্ষেত্র ডানে।

$$\text{বজ্রগুণন : } 360x = 4(450)$$

$$x = 5, \text{ তাই } 450 \text{ ডলার আয় করতে প্যাটের } 5 \text{ দিন লাগবে।}$$

পছন্দ হলে, সমস্যাটা ভিন্নভাবে স্থাপন করতে পার :

$$\frac{360}{450} = \frac{4}{x}$$

$$9 \text{ দ্বারা ভাগ করে : } \frac{4}{5} = \frac{4}{x}$$

সমীকরণটার দিকে শুধু তাকালেই দেখতে পাবে, $x = 5$ ।

এ সমস্যাটা মাথায়ও করতে পার : 360 ডলার /4 = 90 ডলার এবং 450 ডলার ÷ 90 ডলার = 5 ।

অনুশীলনের জন্য একটা সমস্যাকে আনুষ্ঠানিকভাবে স্থাপন করা উপকারী যাতে আরো কঠিন সমস্যা, যেগুলো মাথায় করা যায় না, সমাধান করা যায় ।

উদাহরণ :

70টা মিল্কশেক তৈরি করতে পাঁচ কোয়ার্ট আইসক্রীম ব্যবহৃত হয়েছে ।
210টা মিল্কশেকের জন্য কত কোয়ার্ট আইসক্রীম প্রয়োজন?

একটা ছক তৈরি করি :

	ক্ষেত্র 1	ক্ষেত্র 2
কোয়ার্ট	5	x
মিল্কশেক	70	210

একটা অনুপাত স্থাপন করি : $\frac{5}{70} = \frac{x}{210}$

বঙ্গুণন : $5(210) = 70x$

$$x = 15$$

উত্তর : 15 কোয়ার্ট আইসক্রীম প্রয়োজন ।

তুমি মনে মনে ভাবতে পার : 210 হল 70 এর 3 গুণ, তাই আমাদের 5 কোয়ার্ট-এর 3 অর্থাৎ, 15 কোয়ার্ট প্রয়োজন ।

অনুশীলন সমস্যাবলি

5.6 একটা পোর্টস কার 25 গ্যালন গ্যাসোলিনে 350 মাইল যেতে পারে ।
33 গ্যালন গ্যাসোলিনে এটা কত দূর যেতে পারবে?

5.7 হিমায়িত কমলার জুসের একটা 12 আউন্স ক্যানের মূল্য 2.56 ডলার এবং এটা 48 আউন্স লঘু জুস তৈরি করে । লঘু জুসের 6 আউন্স গ্লাসের মূল্য কত?

5.8 একটা ছবির পরিমাপ 6 ইঞ্চি \times 8 ইঞ্চি, যেটাকে বড় করতে হবে যাতে লম্বাংশ 12 ইঞ্চি হয়। ছোট পাশের পরিমাপ কত?

5.9 দুটো সংখ্যার অনুপাত 4 : 5। বড় সংখ্যাটা 25 হলে ছোট সংখ্যাটা বের কর।

5.10 একটা চাকা প্রতি 2 মিনিটে 40 বার ঘুরে। এ গতিতে 5 মিনিটে চাকাটা কত বার ঘুরবে?

অনেক সমানুপাত সমস্যা পরোক্ষ পরিমাপগুলো নিয়ে আলোচনা করে। উদাহরণস্বরূপ, যদি তোমার একটা উঁচু গাছের উচ্চতা মাপার প্রয়োজন হয়, একটা বিশাল ফিতা পরিমাপক নিয়ে গাছে উঠার পরিবর্তে, তুমি এ বিষয়টা ব্যবহার করতে পার যে সূর্যরশ্মিগুলো সমান্তরাল। তাই, যদি তুমি ছায়ার দৈর্ঘ্য এবং একটা উচ্চতা জানা বস্তুর ছায়ার দৈর্ঘ্য পরিমাপ করতে পার, তুমি তোমার অনুসন্ধানের জন্য একই রকম সমকোণী ত্রিভুজ ব্যবহার করতে পার।

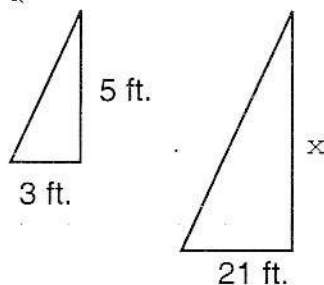


Fig 5.1

সদৃশ ত্রিভুজসমূহ সম্পর্কে অধ্যায় ৪ (জ্যামিতি)ও দ্রষ্টব্য।

উদাহরণ :

একটা ফ্ল্যাগপোলের ছায়ার দৈর্ঘ্য 21 ফুট যখন 5 ফুট উচ্চতার একটা ছেলের ছায়ার দৈর্ঘ্য 3 ফুট। ফ্ল্যাগপোলটার উচ্চতা কত?

ধরি, ফ্ল্যাগপোলটার উচ্চতা x এবং একটা সমানুপাত স্থাপন করি :

$$\frac{x}{21} = \frac{5}{3}$$

বঙ্গগুণন : $3x = 5(21)$

$x = 35$, তাই ফ্ল্যাগপোলটা = 35 ফুট উঁচু।

অনুশীলন সমস্যা :

5.11 লিয়াম 6 ফুট লম্বা। তার জানার ইচ্ছে হল তার কুলের ফ্ল্যাগপোলটা কতটুকু উঁচু? সে তার ছায়া মাপল, যেটা 8 ফুট এবং ফ্ল্যাগপোলটার ছায়া মাপে, যেটা 48 ফুট। ফ্ল্যাগপোলাটার উচ্চতা কতটুকু?

পরিমাপ এবং পরিবর্তন

Measurements and Conversions

যুক্তরাষ্ট্রে, দৈনন্দিন জীবনে পরিমাপগুলো সাধারণত প্রথাগত পদ্ধতিতে করা হয়। আমেরিকানরা ব্রিটিশদের কাছ থেকে এ পদ্ধতির উত্তরাধিকারী হয়েছে। অন্যান্য দেশগুলো এবং অধিকাংশ বিজ্ঞানীরা, মেট্রিক বা এস.আই. পদ্ধতি ব্যবহার করেন, যাতে যুক্তরাষ্ট্রেরও অভ্যস্ত হওয়া উচিত, কিন্তু এখনো হয়নি।

প্রথাগত পদ্ধতি

The Customary System

প্রথাগত পদ্ধতিতে এককগুলোর পরিবর্তনসমূহ নিম্নরূপ :

দৈর্ঘ্য

$$1 \text{ মাইল} = 5280 \text{ ফুট}$$

$$1 \text{ গজ} = 3 \text{ ফুট}$$

$$1 \text{ ফুট} = 12 \text{ ইঞ্চি}$$

ওজন

$$1 \text{ পাউন্ড} = 16 \text{ আউন্স}$$

আয়তন

$$1 \text{ গ্যালন} = 4 \text{ কোয়ার্ট}$$

$$1 \text{ কোয়ার্ট} = 2 \text{ পাইন্ট}$$

$$1 \text{ পাইন্ট} = 2 \text{ কাপ}$$

$$1 \text{ পাইন্ট} = 16 \text{ তরল আউন্স}$$

$$1 \text{ কাপ} = 8 \text{ তরল আউন্স}$$

উদাহরণ :

1 কোয়ার্টে কত কাপ?

এক কোয়ার্ট সমান 2 পাইন্ট, যার সমান :

$$2 \times 2 \text{ কাপ} = 4 \text{ কাপ}$$

এক কোয়ার্টে 4 কাপ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.12 $3\frac{1}{2}$ ফুটকে ইঞ্চিতে পরিবর্তন কর।

5.13 12 আউসকে পাউন্ডে পরিণত কর।

5.14 $4\frac{1}{2}$ কোয়ার্টকে কাপে পরিবর্তন কর।

5.15 8 তরল আউসকে পাইন্টে পরিবর্তন কর।

উদাহরণ :

বৃদ্ধ লোকজন বয়সের সাথে সাথে খাটো হয়, তাই বৃদ্ধ ক্লারা আন্টি, যার উচ্চতা ছিল $5\frac{5}{8}$ ফুট, খাটো হয়ে $5\frac{1}{2}$ ফুট হলেন। তিনি কতটুকু খাটো হলেন?

এখানে আমাদের বিয়োগ করতে হবে :

$$5\frac{5}{8} \text{ ফুট} - 5\frac{1}{2} \text{ ফুট} = \frac{45}{8} - \frac{11}{2} = \frac{45}{8} - \frac{44}{8} = \frac{1}{8} \text{ ফুট বা } \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1.5$$

ইঞ্চি।

আমরা প্রথমে ফুটকে 12 দ্বারা গুণ করে ইঞ্চিতে পরিবর্তন করেও সমস্যাটা সমাধান করতে পারতাম :

$$12 \times \frac{45}{8} - 12 \times \frac{11}{2} = \frac{3 \times 45}{2} - 6 \times 11 = 67.5 - 66 = 1.5$$

ক্লারা আন্টি 1.5 ইঞ্চি খাটো হয়েছেন।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.16 তোমার কাছে 3 গজ লম্বা একটা কাপড় আছে। 1.5 ফুট লম্বা 3টা টুকরো কাটলে এর কতটুকু অবশিষ্ট থাকবে?

5.17 মাইকেলের বয়স $6\frac{7}{12}$ বছর, জেসিকার $4\frac{1}{12}$ বছর এবং ত্রিন্টিনার $3\frac{1}{6}$ বছর। তাদের বয়সগুলোর যোগফল কত?

উদাহরণ :

তোমার অ্যাপার্টমেন্টের একটা ঘর 12 ফুট \times 15 ফুট। দেয়ালগুলো 9.5 ফুট উঁচু। চারটা দেয়াল রং করতে তোমার কতটুকু রং দরকার হবে, যদি 425 বর্গফুটের (ফুট²) জন্য এক গ্যালন যথেষ্ট হয়?

সমাধান : চারটা দেয়াল আছে, দুটোর ক্ষেত্রফল হল (12×9.5) ফুট² এবং দুটোর ক্ষেত্রফল হল (15×9.5) ফুট²।

দেয়ালগুলোর মোট ক্ষেত্রফল হল।

$$2 \times 12 \times 9.5 + 2 \times 15 \times 9.5 = 228 + 285 = 513$$

যদি তুমি বীজগণিতে ভাল হও, তুমি হিসেবগুলোকে ছোট করতে পার :

$$2 \times 9.5 (12 + 15) = 19 \times 27 = 513।$$

এক গ্যালন রং 425 ফুট² ঢাকতে পারে, x গ্যালন ঢাকে 513 ফুট²।

$$\text{একটা সমানুপাত স্থাপন করি : } \frac{1}{425} = \frac{x}{513}$$

$$\text{বক্রগুণন করি : } 513 = 525x$$

$$x = \frac{513}{425}$$

$$x = 1.2 \text{ (শায়)}$$

আমাদের 1.2 গ্যালন বা 1 গ্যালনের একটু বেশি লাগবে।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.18 $2\frac{1}{2}$ পাউন্ড বাটারের ব্লক হতে কতবার $\frac{1}{2}$ আউন্স করে পরিবেশন করা যাবে?

5.19 24 ফুট \times 30 ফুট একটা ঘরের জন্য কত বর্গ গজ কার্পেটিং প্রয়োজন?

5.20 লিন 1 মাইল হেটেছে। গজের হিসেবে এটা কতটুকু?

5.21 6 জন লোকের একটা চাটনি তৈরির জন্য, ক্যারিনের $1\frac{1}{2}$ পাউন্ড পীচ ফল আর $\frac{2}{3}$ কাপ এপ্রিকট জ্যাম প্রয়োজন। 20 জন লোকের জন্য তার কতটুকু প্রয়োজন?

5.22 এক বর্গগজে কত বর্গ ইঞ্চি হয়?

রান্নাঘর এবং হাসপাতালেও অন্যান্য পরিবর্তনসমূহ ব্যবহার করা হয়। (নিচের ছক দ্রষ্টব্য।)

উদাহরণ :

$1\frac{1}{3}$ টেবিল চামচে কত চা চামচ হয়?

এক চা চামচ $\frac{1}{3}$ টেবিল চামচের সমতুল্য এবং 3 চা চামচ সমান 1 টেবিল

চামচ : তাহলে 4 চা চামচ সমান $1\frac{1}{3}$ টেবিল চামচ।

একক	চা চামচ	টেবিল চামচ	তরল আউন্স
1 চা চামচ	1	1/3	1/6
1 টেবিল চামচ	3	1	1/2
1 তরল আউন্স	6	2	1
1 কাপ	48	16	8
1 পাইন্ট	অ	অ	16

একক	কাপ	পাইন্ট	কোয়ার্ট
1 চা চামচ	অ	অ	অ
1 টেবিল চামচ	1/16	1/32	অ
1 তরল আউন্স	1/8	1/16	1/32
1 কাপ	1	1/2	1/4
1 পাইন্ট	2	1	1/2

অ = অসুবিধাজনক। আসল ছকে কোন মান তালিকাভুক্ত করা হয়নি।

অনুশীলনী সমস্যাগুলি :

5.23 পূর্ববর্তী ছকের সব অ-গুলোকে সংখ্যায় পরিবর্তন কর।

5.24 6 জনের একটা রেসিপি জন্য 5 টেবিল চামচ তেল লাগে। 30 জন লোকের জন্য কত কাপ প্রয়োজন?

5.25 একটা সোডার ক্যানে 12 তরল আউন্স থাকে। 10টা 8 আউন্সের গ্লাস ভরার জন্য তোমাকে কয়টা ক্যান কিনতে হবে?

5.26 একটা কফ সিরাপের পুরো বোতলে 8 তরল আউন্স থাকে। তুমি 2 টেবিল চামচ খেলে। কত টেবিল চামচ সিরাপ অবশিষ্ট থাকল?

5.27 একজন লোক একটা ব্লাড ব্যাংকে 1 পাইন্ট রক্ত দান করল। একটা ব্লাড ট্রান্সফিউশনে 50 তরল আউন্স রক্ত প্রয়োজন হয়। কত পাইন্ট রক্ত প্রয়োজন?

মেট্রিক পদ্ধতি

The Metric System

মেট্রিক পদ্ধতি 10 এর ঘাতের উপর নির্মিত। উদাহরণস্বরূপ, দৈর্ঘ্য পরিমাপের জন্য 1 মিটার (m) = 10 ডেসিমিটার (dm) = 100 সেন্টিমিটার (cm) = 1000 মিলিমিটার (mm) অথবা ঘাতসহ লেখা হয় 1 মি. = 10² সে.মি. = 10³ মি.মি.।

ভর (ওজন) এবং আয়তন একইভাবে সম্পর্কযুক্ত। দৈর্ঘ্যের মূল একক হল মিটার; ভরের জন্য, গ্রাম; আর আয়তনের জন্য, লিটার। বাকি সব এককগুলো উপসর্গযোগে প্রকাশিত হয়।

কিলো (k) = হাজার	10^3
হেক্টো (h) = শতক	10^2
ডেকা (da) = দশ	10
ডেসি (d) = দশমাংশ	10^{-1}
সেন্টি (c) = শতাংশ	10^{-2}
মিলি (m) = সহস্রাংশ	10^{-3}

এককগুলোর মধ্যে পরিবর্তন করার জন্য আমরা দশমিক বিন্দু সরাই। পাঁচ কিলোমিটার মানের হল 5×1000 মিটার = 5000 মি.। আমরা দশমিক বিন্দুটাকে 3 ঘর ডানে সরাই : $5 \cdot 000 \rightarrow 5000$ ।

উদাহরণ :

$$2 \text{ ডেসিমিটার} = 20 \text{ সেন্টিমিটার} = 200 \text{ মিলিমিটার}$$

$$3 \text{ হেক্টোগ্রাম} = 30 \text{ ডেকাগ্রাম} = 300 \text{ গ্রাম}$$

$$500 \text{ গ্রাম} = 5 \text{ হেক্টোগ্রাম} = 0.5 \text{ কিলোগ্রাম}$$

$$1000 \text{ মিলিগ্রাম} = 100 \text{ সেন্টিগ্রাম} = 10 \text{ ডেসিগ্রাম} = 1 \text{ গ্রাম}$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

$$5.28 \text{ } 4.5 \text{ কি. গ্রা. কে গ্রামে পরিবর্তন কর।}$$

$$5.29 \text{ } 3.8 \text{ মি.কে সে.মি.-এ পরিবর্তন কর।}$$

$$5.30 \text{ } 0.08 \text{ কি.মি.কে মিটারে পরিবর্তন কর।}$$

$$5.31 \text{ } 3890 \text{ গ্রামকে কি.গ্রা. এ পরিবর্তন কর।}$$

$$5.32 \text{ } 150 \text{ মি.মি.কে ডেসিমি.-এ পরিবর্তন কর।}$$

উদাহরণ :

$$1000 \text{ ডেসিমি.}^3 = 10 \text{ ডেসিমি.} \times 10 \text{ ডেসিমি.} \times 10 \text{ ডেসিমি.}$$

$$= 1 \text{ মি.} \times 1 \text{ মি.} \times 1 \text{ মি.} = 1 \text{ মি}^3.$$

আয়তন পরিমাপগুলো 1000 ঘর দূরে।

তরলের জন্য, পরিমাপের একক ঘন ডেসিমি.-এর আরেকটা নাম আছে :
লিটার (L)।

$$1 \text{ লি.} = 10 \text{ ডেসিলি.} = 1000 \text{ সে.লি.} = 1000 \text{ মি.লি.}$$

এক লিটার এবং এক কোয়ার্ট তরল, কম-বেশি, একই রকম।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.36 3 মি.³ কে ঘন ডেসিমি.-এ পরিবর্তন কর।

5.37 5 ডেসিমি.³ কে সে.মি.³-এ পরিবর্তন কর।

5.38 0.5 লিটারকে সে.লি.-এ পরিবর্তন কর।

5.39 একটা বাথটাবে তলার ক্ষেত্রফল 130 ডেসিমি.²। যদি তুমি টাবে 390 লি. পানি ঢালো, পানির উচ্চতা কত হবে?

5.40 2 কি.গ্রা. মাখনকে 1 হে.গ্রা.-এর ছোট ছোট খণ্ডে ভাগ করা হল।
কয়টা ছোট খণ্ড হবে?

উদাহরণ :

একটা মানচিত্রের স্কেলে প্রতি 3 মাইলের জন্য $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি। মানচিত্রে $4\frac{1}{4}$ ইঞ্চি
দূরবর্তী দুটো শহরের আসল দূরত্ব কত?

ছক :

	ক্ষেত্র 1	ক্ষেত্র 2
মানচিত্র	$\frac{1}{2}$ ইঞ্চি	$4\frac{1}{4}$ ইঞ্চি
বাস্তব জীবন	3 মাইল	x মাইল

একটা সমানুপাত স্থাপন করি :

$$\frac{1}{2} = \frac{4\frac{1}{4}}{x}$$

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{17}{x}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{17}{4x}$$

বজ্রগুণন করি :

$$4x = 17 \times 6$$

$$4x = 102$$

$$x = 25.5 \text{ বা } 25\frac{1}{2}$$

উত্তর : দূরত্ব $25\frac{1}{2}$ মাইল।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.41 একটা খাবার ঘর 15 মি. লম্বা এবং 12 মি. প্রস্থবিশিষ্ট। 1 : 100 অনুপাতের একটা স্কেলে মাত্রাগুলো বের কর।

5.42 100 : 1 এর একটা স্কেলে একটা দূরত্ব দেয়া আছে 125 মি.মি.। বাস্তব জীবনে এটা কত?

5.43 3 মি.মি. লম্বা একটা ছারপোকাকে কম্পিউটারের পর্দায় 200 : 1 স্কেলে বড় দেখিয়েছে। পর্দায় ছারপোকাটার আকার কত?

প্রথাগত এবং মেট্রিক পদ্ধতিগুলোর মধ্যে পরিবর্তনসমূহ

Conversions Between the Customary and the Metric Systems

তোমার পরিবর্তনসমূহের একটা ছক প্রয়োজন হবে, কিন্তু এসব পরিবর্তনগুলো একদম নির্ভুলভাবে মনে রাখার প্রয়োজন নেই। এটা মনে রাখা গুরুত্বপূর্ণ যে। গজ মিটারের চেয়ে একটু ছোট। ইঞ্চি প্রায় 2.5 সে.মি.। পাউন্ড 0.5 কি.গ্রা.-এর চেয়ে একটু কম, আর 1 কোয়ার্ট এবং 1 লিটার কম-বেশি একই।

দৈর্ঘ্য	ওজন	আয়তন
1 ইঞ্চি = 2.54 সে.মি.	1 পাউন্ড = 454 গ্রাম	1 কোয়ার্ট = 0.946 লিটার
1 কি.মি. = 0.6 মাইল	1 কি. গ্রা.=2.2 পাউন্ড	1 লিটার = 1.06 কোয়ার্ট
1 মাইল = 1.6 কি.মি.	1 আউন্স = 25 গ্রাম	

উদাহরণ :

শ্রেণি 5 ফুট 9 ইঞ্চি লম্বা। তার উচ্চতা সে.মি.-এ কত?

$$5 \text{ ফুট } 9 \text{ ইঞ্চি} = 5 \times 12 + 9 = 69 \text{ ইঞ্চি}$$

$$69 \times 2.54 \text{ সে.মি.} = 175.26 \text{ সে.মি.}$$

উত্তর : শ্রেণি প্রায় 175 সে.মি. লম্বা।

উদাহরণ :

500 গ্রামকে আউন্সে প্রকাশ কর।

$$500/28 = 17.56 = 18$$

উত্তর : 18 আউন্স।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

5.44 1 কাপে কত ডেসিলিটার?

5.45 নতুন জন্মগ্রহণ করা শিশুর ওজন 3.4 কি.গ্রা. এবং লম্বায় 51 সে.মি. এ পরিমাপগুলোকে প্রথাগত পদ্ধতিতে পরিবর্তন কর।

5.46 100 গ্রামে কত আউন্স?

5.47 একটা পারদ ব্যারোমিটারের পাঠ 760 মি.মি.। এ চাপের পাঠকে ইঞ্চিতে প্রকাশ কর।

5.48 একটা রাসায়নিক দ্রব্যের। পাউন্ডের মূল্য 3.50 ডলার হলে 15 গ্রামের মূল্য কত?

মাত্রিক বিশ্লেষণ

Dimensional Analysis

লোকজন প্রায়ই এক একক থেকে অন্যটায় রূপান্তর করতে বিভ্রান্তির শিকার হয়, বিশেষ করে যখন অনেক হিসেব অন্তর্ভুক্ত থাকে। পরিবর্তন সম্পর্কিত এ সমস্যাগুলো কমানোর জন্য আমরা মাত্রিক বিশ্লেষণ ব্যবহার করি। এটা বৈজ্ঞানিক হিসেব-নিকেশে খুবই গুরুত্বপূর্ণ।

পরিমাপের এককগুলোকে সংখ্যাগুলোর সাথে রাখ এবং এদের সংখ্যা হিসেবে গণ্য কর। যাদের ভাগ করা যায়, উদাহরণস্বরূপ, লব এবং হর দুজায়গাতেই পাউন্ড থাকে, তুমি সহজভাবে এদের কেটে দিতে পার। মনে রেখ, “প্রতি” মানে হল ভাগ, তাই ডলার প্রতি পাউন্ডকে লেখা যায় ডলার/পাউন্ড।

উদাহরণ :

3 ডলার প্রতি পাউন্ডকে সুইডিশ ক্রোনার প্রতি কি.গ্রা.-এ পরিবর্তন কর।
ডলারে 8.50 ক্রোনার।

$$\frac{3 \text{ ডলার}}{\text{পাউন্ড}} \times \frac{8.50 \text{ ক্রোনার}}{\text{ডলার}} \times \frac{2.2 \text{ পাউন্ড}}{\text{কি. গ্রাম}}$$

$$\text{বাদ দিয়ে পাই : } \frac{3 \times 8.50 \times 2.2 \text{ ক্রোনার}}{\text{কি.গ্রা.}} = \frac{56.1 \text{ ক্রোনার}}{\text{কি.গ্রা.}}$$

মূল্য 56.1 ক্রোনার প্রতি কি.গ্রা.।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

5.49 একটা উড়োজাহাজ ঘণ্টায় 900 কি.মি. গতিতে উড়ছে। যদি তুমি একটা কলম ব্যবহার করে একটা মানচিত্রে এর গতিপথ অনুসরণ কর, যার স্কেল 1 : 50,000, তাহলে কলমটার গতি কত?

5.50 একজন স্কেটার একটা প্রতিযোগিতায় 14 মিনিট 55.32 সেকেন্ডে 10,000 মিটার স্কেট করে। গড় গতিককে কি.মি./ঘণ্টা হিসেবে হিসেব কর। একটা পূর্ণ সংখ্যায় প্রকাশ কর।

5.51 যদি 150 গ্রাম কুকিজের মূল্য 1.25 ডলার হয়, তাহলে 5 আউন্সের মূল্য কত?

5.52 500 মিটার আইস স্কেটিং মেঝেতে কত ফুট?

তাপমাত্রা Temperature

প্রথাগত পদ্ধতিতে, তাপমাত্রা মাপা হয় ফারেনহাইট (F) ডিগ্রিতে আর মেট্রিক পদ্ধতিতে, সেলসিয়াস (C) ডিগ্রিতে। ফারেনহাইট পদ্ধতিতে পানি ফুটে 212 ডিগ্রিতে আর হিমায়িত হয় 32 ডিগ্রিতে। সেলসিয়াস পদ্ধতিতে পানি ফুটে 100 ডিগ্রিতে আর হিমায়িত হয় 0 ডিগ্রিতে।

পরিবর্তনের সূত্র :

$$\text{সূত্র 1 : } C = \frac{5}{9} (F - 32)$$

$$\text{সূত্র 2 : } F = \frac{9C}{5} + 32$$

উদাহরণ :

41°F তাপমাত্রাকে ডিগ্রি সেলসিয়াসে প্রকাশ কর।

$$\text{সূত্র 1 ব্যবহার করি : } C = \frac{5}{9} (41 - 32) = \frac{5(9)}{9} = 5$$

তাপমাত্রা হল 5°C।

অনুমান : 41 থেকে 30 বিয়োগ কর আর 2 দিয়ে ভাগ কর।

$$41 - 30 = 11, \text{ এবং } 11 \div 2 = 5.5$$

উদাহরণ :

বাইরের তাপমাত্রা -5°C হলে এটাকে ডিগ্রি ফারেনহাইটে পরিবর্তন কর।

$$\text{সূত্র 2 ব্যবহার করি : } F = \frac{9}{5} (-5) + 32 = -9 + 32 = 23$$

অনুমান : 2 দ্বারা গুণ কর এবং 30 যোগ কর।

$$(-5) 2 + 30 = -10 + 30 = 20$$

বিদেশে ভ্রমণের সময় এসব শর্টকাট বেশ কাজের। তাপমাত্রা খুব বেশি বা খুব কম হলে, অনুমান নির্ভুল নাও হতে পারে, কিন্তু সাধারণত এটা যথেষ্ট হয়।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

5.53 সেলসিয়াস তাপমাত্রাগুলোকে ফারেনহাইটে প্রকাশ কর :

(a) -40 , (b) 0 , (c) 10 এবং (d) 100 ডিগ্রি।

5.54 ফারেনহাইট তাপমাত্রাগুলোকে সেলসিয়াসে প্রকাশ কর :

(a) -40 , (b) -10 , (c) 32 এবং (d) 212 ডিগ্রি।

5.55 ইউরোপ থেকে আসা একজন বেবিসিটার যুক্তরাষ্ট্রে তার দায়িত্বাধীনে থাকা এক ছোট মেয়ের তাপমাত্রা মাপল। এটা দেখাল 100° বেবিসিটার খুব ভয় পেল। কেন?

অধ্যায়-6

হার সমস্যাবলি

Rate Problems

শাব্দিক সমস্যাগুলোতে প্রায়ই হার শব্দটা ব্যবহৃত হয়। এ অধ্যায়ে গতি সম্পর্কিত সমস্যাবলির উদাহরণ থাকবে। যখন একটা গাড়ি বা একজন ব্যক্তি একটা জানা গতিতে (মাইল/ ঘণ্টা) যায়, আমরা এর সময় জানা থাকলে তাদের দ্বারা অতিক্রান্ত দূরত্ব হিসেব করতে পারি। অর্থবা দূরত্ব এবং সময় জেনে আমরা তাদের ভ্রমণের হার (গতি) বের করতে পারি। অথবা হার এবং সময় জেনে, দূরত্ব হিসেব করতে পারি।

আমরা আরো কিছু সমস্যার মুখোমুখি হব যেখানে বিভিন্ন বস্তু (গাড়ি, নৌকা, ব্যক্তি) ভিন্ন ভিন্ন হারে গতিশীল এবং ভিন্ন ভিন্ন দিকে আর যেখানে আমরা হিসেব করতে চাই একটা প্রদত্ত সময়ে তারা কত দূরে থাকবে বা একটা প্রদত্ত দূরত্ব অতিক্রম করতে তাদের কত সময় লাগবে। অথবা কি ঘটবে যখন তুমি নদীর স্রোতের অনুকূলে বা প্রতিকূলে দাঁড় বাইবে।

এ অধ্যায়ে তুমি আরো শিখবে কিভাবে কাজ সম্পর্কিত সমস্যাগুলোর সমাধান করা যায়। একটা নির্দিষ্ট কাজ সম্পূর্ণ করতে তোমার কত সময় লাগবে যখন তুমি জান এক ঘণ্টায় তুমি কতটুকু করতে পার। উদাহরণস্বরূপ, যদি তুমি জান তুমি তোমার শোবার ঘরের একটা দেয়ালের অর্ধেক এক ঘণ্টায় রং করতে পার (এটা তোমার হার), তাহলে চারটা দেয়াল রং করতে তোমার কত সময় লাগবে? অথবা যদি তোমার বন্ধু তোমাকে সাহায্য করতে রাজি হয় আর সে তোমার চেয়ে দ্বিগুণ গতিতে রং করতে সক্ষম হয়, তাহলে কত সময় লাগবে?

সবশেষে, পূর্ণ হওয়া এবং খালি হওয়ার সমস্যাবলি রয়েছে; যেমন- তুমি ড্রেন বন্ধ করতে ভুলে গেলে বাথটাব পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

গণিতবিদদের মজার গণিত
 গতি সম্পর্কিত সমস্যাবলি
 Motion (Speed) Problems

গতিশীল যেকোন কিছু এ শ্রেণীর অন্তর্ভুক্ত; যেমন- গাড়ি, নৌকা, নদীর স্রোত এবং উড়োজাহাজ।

বেথ 40 মিনিটে 2 মাইল হাঁটল। মাইল/ ঘণ্টায় তার হার কত?

এখানে, সময় মিনিটে দেয়া হয়েছে, তাই আমাদের এটাকে ঘণ্টায় পরিবর্তন করতে হবে।

60 মিনিটে 1 ঘণ্টা, তাই 40 মিনিট হল $40/60 = 2/3$ ঘণ্টা

প্রতি ঘণ্টায় গতি পেতে আমরা 2 মাইলকে $2/3$ ঘণ্টা দিয়ে ভাগ করি :

$$2 \div \frac{2}{3} = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

বেথের হার হল 3 মাইল/ ঘণ্টা।

উদাহরণ :

মেলডন 55 মাইল/ ঘণ্টা গড়ে তার গাড়ি চালান। 4 ঘণ্টায় সে কতদূর যাবে?

আমরা যে সূত্র ব্যবহার করতে পারি : দূরত্ব = হার \times সময়

$$d = 55 \times 4 = 220 \text{ মাইল।}$$

মাত্রিক বিশ্লেষণের (অধ্যায় 5 দৃষ্টব্য) সাহায্যে, আমরা পরীক্ষা করতে পারি আমাদের এককগুলো ঠিক হয়েছে কিনা।

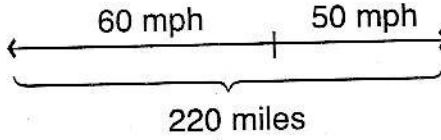
$$55 \frac{\text{মাইল}}{\text{ঘণ্টা}} \times 4 \text{ ঘণ্টা} = 55 \times 4 \text{ মাইল}$$

(আমরা ঘণ্টা একক বাদ দিতে পারি।)

উদাহরণ :

একটা গাড়ি পূর্ব দিকে 50 মাইল/ঘণ্টা গতিতে যায় এবং একটা মোটর সাইকেল 60 মাইল/ঘণ্টা গতিতে পশ্চিমদিকে যায়। যদি তারা একই সময় এবং জায়গা থেকে শুরু করে, 220 মাইল দূরবর্তী হতে তাদের কত সময় লাগবে?

প্রায়ই এ ধরনের সমস্যাগুলোতে একটা চিত্র আঁকা উপকারী হয়।



একটা ছক তৈরি করি এবং স্মরণ করি দূরত্ব সমান সময় \times হার :

$$\frac{\text{মাইল}}{\text{ঘণ্টা}} \times \text{ঘণ্টা} = \text{মাইল}$$

	হার (গতি) (মাইল/ ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	দূরত্ব (মাইল)
গাড়ি	50	x	$50x$
মোটরসাইকেল	60	x	$60x$
মোট			220

মোট অতিক্রান্ত দূরত্ব $50x + 60x = 220$

সমীকরণটা সমাধান করি : $110x = 220$ বা $x = 2$

220 মাইল দূরবর্তী হতে এদের 2 ঘণ্টা লাগবে।

উদাহরণ :

9 সেকেন্ডে 132 ফুটকে মাত্রিক বিশ্লেষণ (অধ্যায় 5) ব্যবহার করে মাইল/ ঘণ্টায় পরিবর্তন কর।

ফুটকে মাইলে এবং সেকেন্ডকে ঘণ্টায় পরিবর্তন করতে হবে।

$$\begin{aligned} \frac{132 \text{ ফুট}}{9 \text{ সেকেন্ড}} &\times \frac{1 \text{ মাইল}}{5280 \text{ ফুট}} \times \frac{3600 \text{ সেকেন্ড}}{1 \text{ ঘণ্টা}} \\ &= \frac{132 \times 3600 \text{ মাইল}}{9 \times 5280 \text{ ঘণ্টা}} \\ &= \frac{475200 \text{ মাইল}}{47520 \text{ ঘণ্টা}} \\ &= 10 \text{ মাইল/ ঘণ্টা} \end{aligned}$$

132 ফুট/ 9 সেকেন্ড সমান 10 মাইল/ ঘণ্টা।

উদাহরণ :

অ্যানি 55 মাইল/ ঘণ্টা গতিতে তার বন্ধুর বাড়ি যায়। বাড়ি ফেরার পথে, সে মাত্র 35 মাইল/ ঘণ্টা গতিতে গাড়ি চালাতে পারে। বাড়ি ফিরতে তার 2 ঘণ্টা বেশি লাগে। অ্যানির বাড়ি আর তার বন্ধুর বাড়ির মধ্যবর্তী দূরত্ব কত মাইল?

	হার (মাইল/ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	দূরত্ব (মাইল)
যাবার সময়	55	x	55x
ফেরার সময়	35	x + 2	35 (x + 2)

উল্লেখ্য যে যাওয়া এবং ফেরার দূরত্ব একই।

$$55x = 35 (x + 2)$$

$$55x = 35x + 70$$

$$20x = 70$$

3.5 ঘণ্টায় 55 মাইল/ ঘণ্টা গতিতে সেখানে যাবার কারণে, দূরত্ব ছিল :

$$3.5 \times 55 \text{ মাইল} = 192.5 \text{ মাইল}$$

$$\text{পরীক্ষা : } 35 (3.5 + 2) = 35 (5.5) = 192.5 \text{ মাইল}।$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

6.1 যদি তুমি 36 মিনিটেতে 2.4 মাইল হাঁট, তাহলে মাইল/ ঘণ্টায় তোমার গড় গতি কত?

6.2 কার্ল এবং বিল পম্পর থেকে 54 মাইল দূরে থাকে। একদিন তারা বাইসাইকেলে করে পরস্পরের বাড়ি যাবার সিদ্ধান্ত নেয়। কার্ল 15 মাইল/ ঘণ্টা এবং বিল 12 মাইল/ ঘণ্টা গতিতে রওনা হয়। তারা কখন এবং কোথায় মিলিত হবে?

6.3 বিয়াদ্রিস একটা নির্দিষ্ট গতিতে 3 ঘণ্টা তার গাড়ি চালান, আর তারপর পরবর্তী 2 ঘণ্টার জন্য তার গতি আরো 10 মাইল/ ঘণ্টা বাড়ল। সে মোট 270 মাইল গাড়ি চালায়। ভিন্ন গতি দুটো নির্ণয় কর।

6.4 একটা পাহাড়ে ওঠতে 5 ঘণ্টা লাগে, কিন্তু নামতে মাত্র $1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা। দূরত্ব যদি প্রতিবারই 3:3 মাইল হয়, তাহলে ওঠা এবং নামার হারের পার্থক্য কত?

6.5 বেন 45 মাইল/ ঘণ্টা গড় গতিতে 200 মাইল গাড়ি চালান। ফেরার পথে তার গড় গতি ছিল 55 মাইল/ঘণ্টা। পুরো ভ্রমণের গড় গতি কত ছিল?

উদাহরণ :

একজন বাইসাইকেল চালক একটা প্রতিযোগিতার জন্য প্রস্তুতি নিচ্ছিল। প্রস্তুতির জন্য রাস্তার দৈর্ঘ্য ছিল 75 মাইল। যদি চালক তার গতি 5 মাইল/ ঘণ্টা বাড়াত। তাহলে সে রাস্তাটা গতবারের $\frac{3}{4}$ সময়ে শেষ করতে পারত। তার গড় গতি বের কর।

ছক :

	হার (মাইল/ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	দূরত্ব (মাইল)
ক্ষেত্র-1	x	y	$xy = 75$
ক্ষেত্র-2	x + 5	$\frac{3y}{4}$	$(x + 5) \frac{3y}{4} = 75$

আমরা দুটো সমীকরণ পাই,

$$xy = 75$$

$$(x + 5)\frac{3y}{4} = 75 \rightarrow \frac{3xy}{4} + 5\left(\frac{3}{4}\right)y = 75 \rightarrow \frac{3xy}{4} + \frac{15y}{4} = 75$$

(উভয় পক্ষকে 4 দ্বারা গুণ করে।)

এ সমীকরণে $xy = 75$ বসিয়ে পাই,

$$3(75) + 15y = 300$$

$$225 + 15y = 300$$

$$15y = 75$$

$$y = 5$$

75 মাইল যেতে 5 ঘণ্টা লাগে, তাই তার গতি ছিল 15 মাইল / ঘণ্টা।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

6.6 একটা গাড়ি প্রথমে একটা কর্দমাক্ত রাস্তায় 30 মাইল/ঘণ্টা গতিতে গেল আর তারপর একটা বাঁধানো রাস্তায় 60 মাইল/ঘণ্টা গতিতে। পুরো যাত্রা ছিল 210 মাইলের এবং সময় লেগেছিল 4 ঘণ্টা। গাড়িটা কর্দমাক্ত রাস্তায় কতক্ষণ চলেছিল?

6.7 অ্যানা এবং মেরি পরস্পর থেকে 36 কি.মি. দূরে থাকে। একদিন তারা পরস্পরের দিকে বাইসাইকেলে করে যাবার সিদ্ধান্ত নিল। দুজনই শুরু করল সকাল 10 : 40 এ, অ্যানার গতি ছিল 12 কি.মি./ঘণ্টা আর মেরির 16 কি.মি./ঘণ্টা। তারা কখন মিলিত হবে?

6.8 কটল্যান্ড আর পিককিলের মধ্যবর্তী রাস্তা পুরনো আর আঁকাবাঁকা। একটা নতুন রাস্তা তৈরি হবার পর শহর দুটোর মধ্যবর্তী দূরত্ব 10% কমে গেল। শহর দুটোর মাঝে চলাচলকারী বাসটার গড়ি বাড়ল 20%। এখন শহর দুটোর মাঝে যাতায়াতে বাসটার কত % সময় কম লাগে?

উদাহরণ :

স্রোতের অনুকূলে 12 মাইল যেতে জিমের সময় লাগে 3 ঘণ্টা আর স্রোতের বিপরীতে একই দূরত্ব অতিক্রম করতে সময় লাগে 6 ঘণ্টা। জিম স্থির পানিতে কত দ্রুত দাঁড় বাইতে পারবে? স্রোতের গতি কত?

যখন সে স্রোতের অনুকূলে চলে তখনকার কথা ভাব : স্রোত তাকে ঠেলে নিয়ে যায়, তাই সে দ্রুত যাবে। অন্যদিকে, যখন সে স্রোতের বিপরীতে যায়, তখন স্রোত দ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হয় এবং ধীরে যায়। যদি জিমের গতি x মাইল/ঘণ্টা এবং স্রোতের গতি y মাইল/ঘণ্টা হয়, তাহলে স্রোতের অনুকূলে গতি $x + y$ এবং বিপরীতে $x - y$ । $(y - x)$ লেখা যাবে না, কারণ তাহলে সে পেছনের দিকে যেত!।

একটা ছক তৈরি করি :

	হার (মাইল/ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	দূরত্ব (মাইল)
অনুকূলে	$x + y$	3	$(x + y) 3$ মাইল = 12 মাইল
প্রতিকূলে	$x - y$	6	$(x - y) 6$ মাইল = 12 মাইল

এখন আমাদের দুটো অজানা রাশি আর দুটো সমীকরণ আছে।

$$(x + y) 3 = 12 \text{ এবং } (x - y) 6 = 12$$

সমীকরণগুলোর সমাধানের জন্য প্রথমটাকে 3 দ্বারা এবং দ্বিতীয়টাকে 6 দ্বারা ভাগ করি।

$$x + y = 4$$

$$\underline{x - y = 2}$$

সমীকরণগুলো যোগ করি :

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$3 + y = 4$$

$$y = 1$$

জিম স্থির পানিতে 3 মাইল/ঘন্টা গতি দাঁড় বাইতে পারে এবং স্রোতের গতি 1 মাইল/ঘন্টা।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

6.9 লরা 2 ঘন্টায় স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বাইতে পারে 16 মাইল, কিন্তু যখন প্রতিকূলে সে একই দূরত্ব যায়, তখন এতে 4 ঘন্টা লাগে। স্থির পানিতে লরার গতি এবং স্রোতের গতি বের কর।

6.10 একটা উড়োজাহাজ 600 মাইল/ঘন্টা গতিতে বাতাসের অনুকূলে ভ্রমণ করতে পারে আর বাতাসের বিপরীতে 450 মাইল/ঘন্টা গতিতে। স্থির বাতাসে উড়োজাহাজের গতি আর বাতাসের গতি বের কর।

কাজ সম্পর্কিত সমস্যাগুলি

Work Problems

কাজ সম্পর্কিত সমস্যাগুলো আরেক ধরনের হার সমস্যা। যদি আমাদের জানা থাকে একজন কর্মী একটা নির্দিষ্ট কাজ কি সময়ে করতে পারে। তাহলে আমরা হার জানতে পারি বা প্রতি ঘন্টায় সে কাজের কতটুকু করতে পারে, তা জানতে পারি।

উদাহরণ :

লু 2 ঘন্টায় 600 খামে স্ট্যাম্প লাগাতে পারে। তার হার কত?

পুরো কাজে 2 ঘন্টা সময় লাগে। প্রতি ঘন্টায় সে কাজের $\frac{1}{2}$ করে। তার

হার হল মোটের $\frac{1}{2}$, অথবা সে $\frac{1}{2} \times 600 = 300$ খামে স্ট্যাম্প লাগাতে পারে।

উদাহরণ :

একটা দেয়াল রং করতে এডুইনের $2\frac{1}{4}$ ঘণ্টা।

$$\text{হার হল : } \frac{1}{2\frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{9}{4}} = \frac{4}{9}$$

সে প্রতি ঘণ্টায় কাজটার $\frac{4}{9}$ অংশ করে।

পরীক্ষা : 2 ঘণ্টায় সে কাজটার $\frac{8}{9}$ অংশ এবং $\frac{1}{4}$ ঘণ্টায় সে বাকি $\frac{1}{9}$ অংশ করে।

অধিকাংশ কাজ সম্পর্কিত শাব্দিক সমস্যায় দুটো লোকের একত্রে কাজ করার কথা বলা থাকে। অন্য সমস্যাগুলোতে বাথটাব সম্পর্কিত সমস্যা, যেখানে এটা একটা নির্দিষ্ট সময়ে পূর্ণ হয় থাকে। কখনো কখনো আমরা ভুলে এর পানি বেরোনের প্রাণ বন্ধ করি না আর তাপর, টাবটা পূর্ণ হতে কত সময় লাগে?

উদাহরণ :

অ্যানা 6 ঘণ্টায় একটা ঘর রং করতে পারে যখন বারবারার একই ঘর রং করতে সময় লাগে 4 ঘণ্টা। যদি তারা একত্রে কাজ করে তবে কত সময় লাগবে?

একটা ছক তৈরি করি :

নাম	হার ((1 ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	মোট কাজ
অ্যানা	$\frac{1}{6}$	x	$\frac{x}{6}$
বারবারা	$\frac{1}{4}$	x	$\frac{x}{4}$
মোট			$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 1$

মোট কাজ হল 1।

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 1 \quad \text{ল. সা. গু.} = 12 \quad (\text{লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক})$$

উভয়পক্ষকে 12 দ্বারা গুণ করি : $2x + 3x = 12$

$$5x = 12$$

$$x = 2\frac{2}{5}$$

$$2\frac{2}{5} \text{ ঘণ্টা} = 2 \text{ ঘণ্টা} + \frac{2}{5} \times 60 \text{ মিনিট} = 2 \text{ ঘণ্টা } 24 \text{ মিনিট} ।$$

কাজের মোট সময় লাগবে 2 ঘণ্টা এবং 24 মিনিট ।

উদাহরণ :

স্টিফেন একটা ঘরে কাগজ লাগাতে পারে 4 ঘণ্টায় আর ইভি একই ঘরে কাগজ লাগাতে পারে 6 ঘণ্টায় । যদি স্টিফেন একা এক ঘণ্টা কাজ করে আর তারপর স্টিফেন এবং ইভি দুজনে একসাথে কাজটা শেষ করে, তাহলে তাদের সাধারণ গতিতে কাজ করলে কত সময় লাগবে?

নাম	হার (/ ঘণ্টা)	সময় (ঘণ্টা)	মোট কাজ
স্টিফেন	1/4	1 + x	(1 + x)/4
ইভি	1/6	x	x/6

$$\text{সমীকরণ : } \frac{1+x}{4} + \frac{x}{6} = 1 \quad \text{ল. সা. গু.} = 12$$

$$(1+x)3 + 2x = 12$$

$$3 + 3x + 2x = 12$$

$$5x = 9$$

$$x = 9/5$$

$$9/5 \text{ ঘণ্টা} = 1 + 4/5 \text{ ঘণ্টা} = 108 \text{ মিনিট}$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

6.11 পূর্ববর্তী সমস্যাটা পুনরায় কর যেখানে ইভি 1 ঘণ্টা একা কাজ করে স্টিফেন শুরু করার আগে ।

6.2 জিম প্রতি ঘণ্টায় 300 খাম ভরতে পারে, যেখানে ফ্রিটজ একই সমান খাম 2 ঘণ্টায় ভরতে পারে । তারা একসাথে কাজ করলে 300 খাম পূর্ণ করতে তাদের কত সময় লাগবে?

6.3 লনের ঘাস কাটতে নিলসের সময় লাগে 3 ঘণ্টা কিন্তু, জোনাসের সাহায্যে, সে 2 ঘণ্টায় শেষ করতে পারে । একা কাজটা করলে জোনাসের কত সময় লাগবে?

6.14 অ্যান্ড্রু, বার্ট এবং কার্ল একটা বাড়ি ৪ ঘণ্টায় রং করতে পারে আর অ্যান্ড্রু এবং বার্ট করতে পারে 12 ঘণ্টায়। একা কাজটা করলে কার্লের কত সময় লাগবে?

6.15 একটা নির্দিষ্ট কাজ করতে পেত্রার সময় লাগে 30 মিনিট আর যদি সে সিভ্যার সাথে একত্রে কাজটা করে, তারা একই কাজ 24 মিনিটে শেষ করতে পারে। একা কাজটা করলে সিভ্যার কত সময় লাগবে?

উদাহরণ :

যদি 3 জন লোক 5 দিনে 4টা বাড়ি রং করতে পারে, তাহলে 14টা বাড়ি রং করতে 7 জন লোকের কত দিন লাগবে?

আমাদের ধরে নিতে হবে সব লোক একই গতিতে কাজ করে। 3 জন লোক প্রতি দিনে $\frac{4}{5}$ টা বাড়ি রং করতে পারে। আর একজন লোক প্রতিদিনে রং করতে পারে $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5}$ বা $\frac{4}{15}$ টা বাড়ি। এই হারে 7 জন লোকের 14টা বাড়ি রং করতে x দিনে লাগে। এর মানে হল একজন লোক প্রতি দিনে $\frac{1}{7} \times \frac{14}{x}$ টা বাড়ি রং করতে পারে।

$$\text{এ দুটো প্রকাশই সমান : } \frac{4}{15} = \frac{1}{7} \times \frac{14}{x}$$

$$\frac{4}{15} = \frac{2}{x}$$

$$\text{বজ্রগুণন করি : } 4x = 30, \text{ তাই } x = 7.5$$

বাড়িগুলো রং করতে $7\frac{1}{2}$ দিন লাগবে।

অনুশীলন সমস্যা :

6.16 একটা কারখানায় রোবোটরা অটোমোবাইলের যন্ত্রাংশ সন্নিবিষ্ট করে। তিনটি রোবোট 10 মিনিটে 17টা গাড়ির যন্ত্রাংশ সন্নিবিষ্ট করে। যদি সবগুলো রোবোট একই গতিতে কাজ করে তাহলে 14 টা রোবোট 45 মিনিটে কয়টা গাড়ির যন্ত্রাংশ সন্নিবিষ্ট করতে পারবে?

উদাহরণ :

বাথটাব পূর্ণ করতে গরম পানির কলের সময় লাগে 30 মিনিট, যেখানে ঠাণ্ডা পানির কলের লাগে 20 মিনিট। দুটো কলই খোলা থাকলে বাথটাবটা পূর্ণ হতে কত সময় লাগে? ধরো এতে x মিনিট লাগে।

একটা ছক তৈরি করি :

	হার (1 মিনিট)	সময় (মিনিট)	বাথটাবের পূর্ণ হওয়া অংশ
গরম পানি	1/30	x	$x/30$
ঠাণ্ডা পানি	1/20	x	$x/20$

সমীকরণ : বাথটাবটা এখন পূর্ণ আমরা এ সমীকরণ পাই।

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{20} = 1$$

উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করি এবং সমাধান করি।

$$2x + 3x = 60$$

$$5x = 60$$

$$x = 12$$

উত্তর : দুটো কলই খোলা থাকলে বাথটাবটা পূর্ণ হতে 12 মিনিট লাগে।

উদাহরণ :

পূর্ববর্তী বাথটাব উদাহরণে, যদি ড্রেন ভুল করে খোলা থাকে, তাহলে বাথটাবটা পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে যদি ড্রেন বাথটাবকে 15 মিনিটে খালি করতে পারে?

আগের মত, সময়কে x ধরি এবং একটা ছক তৈরি করি। উল্লেখ্য যে বাথটাব খালি হবার হার ঋণাত্মক।

একটা ছক তৈরি করি :

	হার (1 মিনিট)	সময় (মিনিট)	বাথটাবের পূর্ণ হওয়া অংশ
গরম পানি	1/30	x	x/30
ঠাঞ্জা পানি	1/20	x	x/20
ড্রেন	-1/15	x	-x/15

সমীকরণ :

$$\frac{x}{30} + \frac{x}{20} - \frac{x}{15} = 1$$

উভয়পক্ষকে 60 দ্বারা গুণ করি এবং সমাধান করি।

$$2x + 3x - 4x = 60$$

$$x = 60$$

উত্তর : ড্রেন খোলা থাকলে, বাথটাবটা পূর্ণ হতে 60 মিনিট লাগে।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

6.17 একটা নল 15 মিনিটে একটা চৌবাচ্চা পূর্ণ করতে পারে। একটা নিকাশন নল 60 মিনিটে চৌবাচ্চাটা খালি করতে পারে। দুটো নলই খোলা থাকলে চৌবাচ্চাটা পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে?

6.18 একটা বড় চৌবাচ্চা একটা নল দ্বারা 20 ঘন্টায় পূর্ণ হতে পারে। আরেকটা নল 15 ঘন্টায় চৌবাচ্চাটা পূর্ণ করতে পারে। যদি প্রথম নলটা 16 ঘন্টা ধরে খোলা থাকার পর, বন্ধ করে দ্বিতীয় নলটা খোলা হয়, তাহলে চৌবাচ্চাটা ভরতে কত সময় লাগবে?

6.19 একটা বাথটাব পানি দিয়ে পূর্ণ হতে 12 মিনিট সময় লাগে আর খালি হতে সময় লাগে আধা ঘন্টা। যদি কলগুলো খুলে দেয়া হয় আর ড্রেনের প্লাগ খোলা থাকে তাহলে বাথটাবের পানি উপচে পড়ার আগ পর্যন্ত কত সময় লাগবে?

পরিসংখ্যান এবং সম্ভাব্যতা Statistics and Probability

এ অধ্যায় আমরা যেসব সমস্যার সমাধান করব সেগুলোতে সংখ্যাগত উপাত্তের বিন্যাসকরণ এবং ব্যাখ্যা অন্তর্ভুক্ত আছে। যখন সংখ্যাগত বিষয়সমূহ, যেমন জনসংখ্যার আকার, বিভিন্ন দলের আয়, একটা অসুখের দৃষ্টান্তসহ, এবং একটা পরীক্ষার ফলাফলসমূহ সংগ্রহ করা হয়, বিশ্লেষণ করা হয়, এবং ছক বা রেখাচিত্রের রূপে উপস্থাপন করা হয়, আমরা এটাকে বলি পরিসংখ্যান।

আমরা গড় দিয়ে শুরু করব- উদাহরণস্বরূপ, একদল ছাত্রের গড় বয়স এবং আরো হিসেব করব মধ্যক, প্রচুরক এবং এ দলের সীমা (পরিসর)।

পরবর্তীতে, আমরা শিখব কিভাবে দণ্ড রেখাচিত্র এবং পাই নকশা দিয়ে পরিসংখ্যাগত উপাত্ত ব্যাখ্যা করা যায়, যেগুলো প্রায়ই খবরের কাগজ বা একটা কোম্পানির আর্থিক প্রতিবেদনে পাওয়া যায়।

এসব দণ্ড রেখাচিত্র আর পাই নকশাগুলো তোমাকে দেখাতে পারে কিভাবে টেস্টের ফলগুলো বিভিন্ন স্কুলের মাঝে বন্টন করা হয় বা একটা ক্লাবের কত অংশ বা শতকরা কত ভাগ পুরুষ আর মহিলা।

এ অধ্যায়ের পরবর্তী অংশে থাকবে সম্ভাব্যতা এবং সম্ভাবনা সম্পর্কিত সমস্যাবলি। যখন তুমি এক প্যাকেট তাস থেকে একটা তাস টেনে নাও তাহলে সেটা ইশ্কাপনের রাণী হবার সম্ভাব্যতা কত? অথবা যখন তুমি একটা ডাইস গড়িয়ে দাও, দুটো ছক্কা পাবার সম্ভাব্যতা কত? এ অধ্যায়ে তুমি অনেক সমস্যা খুঁজে পাবে যেগুলোতে গড়ানো ডাইস, মুদ্রা ওপরে ছোড়া, আর একটা জার থেকে জেলিবিনস তোলার কথা বলা হয়েছে।

সবশেষে, আমরা পাই বিন্যাস এবং সমাবেশ আর সেট। টেলিফোন নাম্বারের কথা ধরি, যাতে, যখন এরিয়া কোড অন্তর্ভুক্ত থাকে, 10 টা অঙ্ক থাকে। এসব সংখ্যাগুলোকে কত উপায়ে সাজানো যায়? MATHEMATICS-এর মত একটা শব্দের বর্ণগুলোকে কতভাবে সাজানো যায়?

গড়

Averages

উদাহরণস্বরূপ ধর, সংখ্যাগুলো 1, 2, 3, 4, 5। সংখ্যাগুলো সমষ্টি 15 এবং এখানে 5টা সংখ্যা আছে। এ সংখ্যাগুলোর গড় হল $15 \div 5 = 3$ । সংখ্যাগুলোর মধ্যক হল মধ্যের সংখ্যা যা এক্ষেত্রে 3। প্রচুরক হল যে সংখ্যা যেটা বারবার থাকে। সংখ্যাগুলোর এ সেটে কোন প্রচুরক নেই। গড়, মধ্যক আর প্রচুরক হল বিভিন্ন ধরনের গড়। সবচেয়ে সাধারণ গড় হল গাণিতিক গড় আর আমরা দৈনন্দিন জীবনে এটাই ব্যবহার করি। যখন আমরা জিজ্ঞেস করি, “এ শ্রেণীর গড় বয়স কত?” আমরা তখন গাণিতিক গড় বের করতে চাই। সীমা হল বৃহত্তম আর ক্ষুদ্রতম সংখ্যার মধ্যবর্তী পার্থক্য। এটা উপাত্তের বিস্তৃতি দেখায়। এক্ষেত্রে এটা হল $5 - 1 = 4$ ।

উদাহরণ :

একটা কুইজের স্কোরগুলো হল : 6, 9, 8, 8, 7, 8, 10, 9, 7। গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক বের কর।

এখানে মোট সংখ্যা হল 9টা, তাই গড় = $(6 + 9 + 8 + 8 + 7 + 8 + 10 + 9 + 7) \div 9 = 72 \div 9 = 8$

মধ্যক বের করার জন্য আমরা সংখ্যাগুলোকে ক্রমানুসারে সাজাই : 6, 7, 7, 8, 8, 9, 9, 10, 10। এখানে 9টা সংখ্যা আছে, তাই মাঝের সংখ্যা হল পঞ্চমটা, বা 8। মধ্যক হল 8। যদি সংখ্যাগুলোর মোট সংখ্যা জোড় হয় দুটো মধ্য সংখ্যার মাঝে মধ্যককে বিবেচনা করা হয়, অর্থাৎ এ দুটো সংখ্যার গড়।

সবচেয়ে বেশিবার আসা সংখ্যা হল 8, তাই প্রচুরক হল 8।

গড়, মধ্যক আর প্রচুরক সবই হল 8।

সীমা হল $10 - 6 = 4$ ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.1 নিম্নোক্ত সেটগুলো সংখ্যাসমূহের গড়, মধ্যক, প্রচুরক আর সীমা বের কর :

(a) 9, 8, 2, 7, 1, 1, 5, 7

(b) 8, 9, 10, 8, 7, 7, 8, 6, 9, 10, 8, 7, 8, 9

(c) $-2, -7, -5, 0, -5, -3$

7.2 গির্জার প্রার্থনা সঙ্গীতে 12 জন পুরুষ আর 13 জন মহিলা ছিল। পুরুষদের গড় বয়স ছিল 25 বছর আর মহিলাদের গড় বয়স ছিল 20 বছর। দলটার গড় বয়স বের কর। সূত্র : প্রথমে পুরুষদের বয়সের সমষ্টি আর মহিলাদের বয়সের সমষ্টি বের কর।

7.3 একজন 39 বছর বয়স্ক লোক অনুশীলন সমস্যা 7.2-এর দলের সাথে যুক্ত হলে, দলটার নতুন গড় কত?

7.4 13 জনের দলের গড় বয়স হল 25 বছর। 36 বছরের একজন দল ত্যাগ করল। দলটার নতুন গড় কত?

7.5 45 জন কর্মচারীর গড় বয়স 36 বছর। দুজন 63 বছর বয়স্ক লোক অবসর নিল আর 24 বছরের একজনকে ভাড়া করা হল। নতুন গড় বয়স বের কর।

রেখাচিত্র

Graphs

পরিসংখ্যানগত উপাত্ত প্রায়ই রেখাচিত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা হয়। উদাহরণস্বরূপ ধর, M & Ms-এর ব্যাগে 50 টা ক্যান্ডি থাকে। 20টা হালকা বাদামি, 10টা সবুজ, 5টা লাল, 10টা হলুদ আর 5টা গাঢ় বাদামি। এটা একটা বৃত্ত বা পাই রেখাচিত্রে নিম্নোক্ত উপায়ে ব্যাখ্যা করা যায় :

$$\text{হালকা বাদামি : } \frac{20}{50} = 40\%$$

$$\text{সবুজ : } \frac{10}{50} = 20\%$$

$$\text{লাল : } \frac{5}{50} = 10\%$$

$$\text{হলুদ : } \frac{10}{50} = 20\%$$

$$\text{গাঢ় বাদামি : } \frac{5}{50} = 10\%$$

বৃত্ত রেখাচিত্র তৈরির জন্য, যদি পুরো বৃত্ত 100% বা 360° হয়, তাহলে 40% হল 144; 20% হল 72° আর 10% হল 36° । এসব কোণকে বলা হয় কেন্দ্রীয় কোণ কারণ এদের শীর্ষ থাকে বৃত্তের কেন্দ্রে। বৃত্তে কোণগুলো চিহ্নিত করার জন্য তোমার একটা চাঁদার প্রয়োজন হবে।

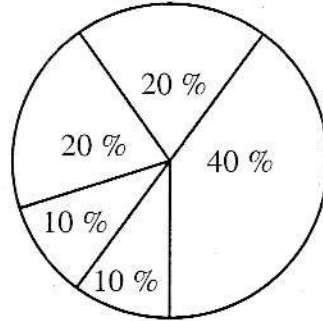


Fig-7.1

আমরা এখানে বৃত্ত রেখাচিত্র তৈরির কোণ অনুশীলন করব না। কিন্তু শুধু শিখব কিভাবে এদের পড়তে হয়।

একই উপাত্ত একটা দণ্ড রেখাচিত্রের সাহায্যেও দেখানো যায়, যেখানে অনুভূমিক রেখা বিভিন্ন ধরনের ক্যান্ডি দেখায় আর খাড়া রেখা শতকরা পরিমাণ দেখায়।

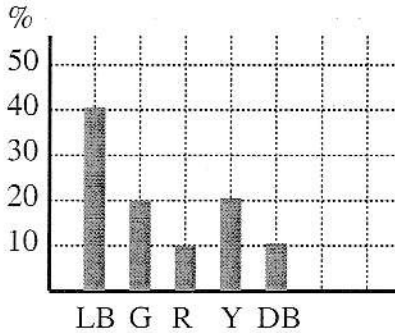


Fig-7.2

উদাহরণ :

যদি আমরা তিনটা মুদ্রা ওপরে ছুড়ি, নিম্নোক্ত ঘটনা ঘটবে : আমরা 0, 1, 2 বা 3টা হেড পাব। ধরি, একটা কয়েন 16 বার করে ছোড়া হল আর 0 হেড পাই

দুইবার, 1 হেড পাই 5 বার, 2 হেড 8 বার এবং 3 হেড একবার। পুনরাবৃত্তিগুলোর (গণসংখ্যা) একটা ছক প্রস্তুত করি আর একটা দণ্ড রেখাচিত্র এবং একটা পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা) দণ্ড, থাকে পুনরাবৃত্তি বহুভুজও বলা হয়, তৈরি করি। একটা দণ্ড রেখাচিত্র আর একটা পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা) বহুভুজের পার্থক্য হল বহুভুজে আমরা পুনরাবৃত্তিগুলোকে (গণসংখ্যা) বিন্দু হিসেবে স্থাপন করি।

হেডের সংখ্যা	পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা)
0	2
1	5
2	8
3	1

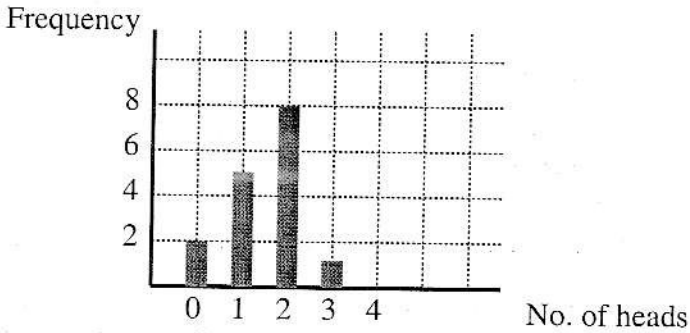


Fig-7.3

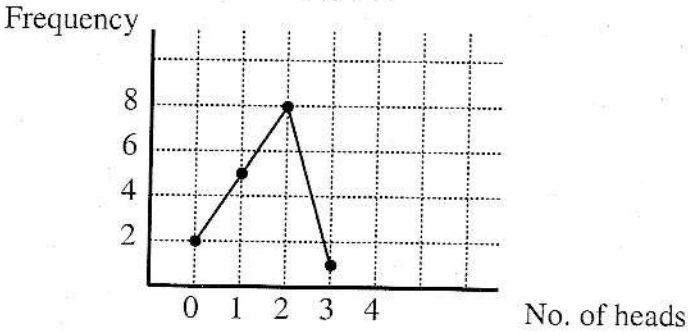


Fig-7.4

অনুশীলন সম্যাবলি :

7.6 4টা মুদ্রাকে 20 বার ছুড়ে দাও আর হেড পাবার সংখ্যাগুলো রেকর্ড কর।
একটা দণ্ড রেখাচিত্র আর একটা পুনরাবৃত্তি বহুভুজ তৈরি কর।

7.7 নিম্নোক্ত উপাত্তের গড়, মধ্যক প্রচুরক এবং সীমা বের কর :

30	41	50	25	32
40	70	36	51	18
33	43	37	47	21

7.8 নিচের একটা টেস্ট থেকে প্রাপ্ত পয়েন্টগুলোর পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা) ছক থেকে গড়, মধ্যক, প্রচুরক ও সীমা (পরিসর) বের কর।

একটা দণ্ড রেখাচিত্র তৈরি কর।

পয়েন্টের সংখ্যা	পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা)
6	3
7	5
8	7
9	3
10	2

7.9 একটা ছোট কারখানায় 20 জন কর্মচারী ছিল। একটা নির্দিষ্ট মাসে প্রত্যেক কর্মচারী কর্তৃক উল্লেখকৃত অসুস্থতার দিনসংখ্যা ছিল।

3, 3, 0, 1, 2, 5, 1, 2, 4, 3, 2, 2, 4, 2, 1, 6, 0, 2, 1, 1

একটা পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা) বণ্টন ছক তৈরি কর এবং একটা দণ্ড রেখাচিত্র অঙ্কন কর। গড় এবং মধ্যক বের কর। সীমা কত?

7.10 একটা 10 প্রশ্নের কুইজের ফলগুলো নিম্নরূপ :

4	6	10	5
5	2	6	3
8	9	8	7
4	7	6	5
7	3	5	4

স্কোরগুলোর একটা দণ্ড রেখাচিত্র এবং একটা পুনরাবৃত্তি (গণসংখ্যা) বহুভুজ তৈরি কর। গড়, মধ্যক এবং প্রচুরক বের কর।

উদাহরণ :

নিম্নোক্ত ব্যাখ্যা বা চিত্র হতে, সদস্যদের কত % মেয়ে বের কর।

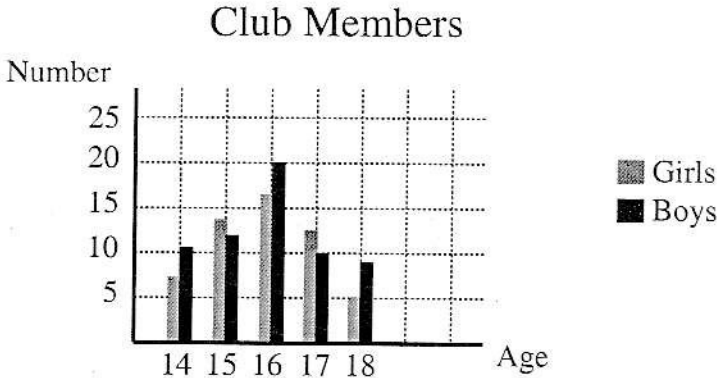


Fig-7.5

দণ্ডগুলো পড়ে প্রত্যেক ধরনের মোট সংখ্যা পাই :

$$\text{মেয়ে : } 7 + 13 + 16 + 12 + 5 = 56$$

$$\text{ছেলে : } 10 + 11 + 20 + 9 + 8 = 62$$

$$\text{মোট : } 56 + 62 = 118$$

$$\text{মেয়ে হল } 56/118 = 0.47 = 47\% \text{ (প্রায়)}$$

ক্লাবের 47% সদস্য মেয়ে।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.11 Figure 7-6-এর পাই চিত্রে একটা স্কুলের এক বছরের খরচ দেখানো হয়েছে। সেখানে মোট ছাত্র ছিল 709 জন আর মোট খরচ ছিল 4.3 মিলিয়ন ডলার। প্রতি ছাত্র বাবদ খরচ নির্ণয় কর : (a) শিক্ষকদের বেতনসমূহ আর (b) ভবনগুলোর রক্ষণাবেক্ষণের জন্য।

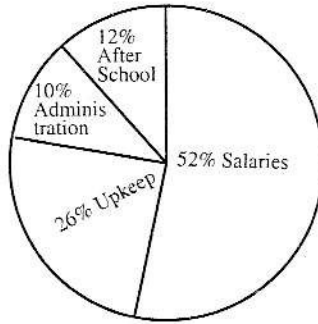


Fig-7.6

7.12 একটা ছোট দেশে, মোট জনসংখ্যার মধ্যে 65 বছরের বেশি বয়স্কদের সংখ্যা নিম্নরূপ 652,733 জন পুরুষ আর 890,597 জন মহিলা। ঐ বছর মোট জনসংখ্যা ছিল 8,837,496। একটা পাই রেখাচিত্রে জনসংখ্যার এ শ্রেণীকে কেন্দ্রীয় কোণের সাহায্যে দেখাও।

7.13 Figure 7-7 অনুসারে, (a) 1986 তে বৃত্তির অর্থের পরিমাণ কত ছিল? (b) 1986 এবং 1989-এর মধ্যে বৃত্তির অর্থ কি পরিমাণ বেড়েছে?

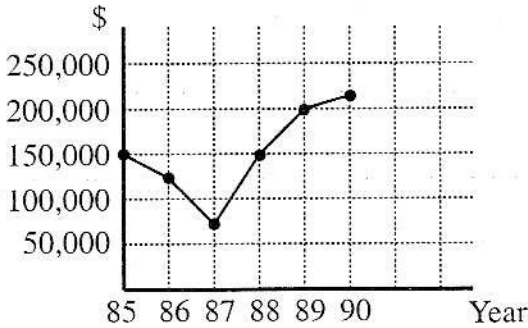


Fig-7.6

সম্ভাব্যতা এবং সম্ভাবনা Probability and Odds

সম্ভাব্যতা

Probability

সম্ভাব্যতা হল একটা ঘটনা ঘটান সম্ভাবনা। যদি কোন কিছু নিশ্চিত (100%) হওয়া যায় যে ঘটবে, সম্ভাব্যতা হল 1 আর যদি নিশ্চিত হওয়া যায় এটা ঘটবে না, সম্ভাব্যতা হল 0। অন্য সব সম্ভাব্যতাকে 0 এবং 1 এর মাঝের ভগ্নাংশ হিসেবে প্রকাশ করা হয়। কোন কিছু ঘটান আর না ঘটান সম্ভাব্যতা যোগ করলে 1 পর্যন্ত হয়।

সম্ভাব্যতার সংজ্ঞা হল :

$$\frac{\text{অনুকূল ফলের সংখ্যা}}{\text{সম্ভব ফলের সংখ্যা}}$$

উদাহরণ :

একটা জারে 60টা জেলিবিন আছে : 15টা গোলাপি, 20টা সাদা, 5টা হলুদ এবং 20টা পার্পল। একটা পার্পল জেলিবিন তোলার সম্ভাব্যতা কত?

মোট 60 টার মধ্যে 20টা হল পার্পল জেলিবিন; তাহলে একটা পার্পল জেলিবিন তোলার সম্ভাব্যতা হল $20/60 = 1/3$

সম্ভাব্যতা হল $1/3$

অনুশীলনী সমস্যাবলি :

7.14 (a) একটা গোলাপি, (b) একটা সাদা, (c) একটা হলুদ তোলার সম্ভাব্যতা কত?

7.15 একটা বাক্সে 6টা সাদা এবং 4টা কালো বল আছে। না দেখে একটা সাদা বল তোলার সম্ভাব্যতা কত?

7.16 একটা ডিজিটাল ঘড়ি প্রতি মিনিট দেখায়। 24 ঘণ্টা সময়ের মধ্যে সবগুলো ডিজিট একই সময় দেখাচ্ছে এর সম্ভাব্যতা কত?

উদাহরণ :

একটা তাসের প্যাকেটে 52টা তাস থাকে। তুমি একটা তাস টানলে। তাসটা সাহেব বা রাজা হবার সম্ভাব্যতা কত?

এ সমস্যা সমাধানের জন্য আমাদের জানতে হবে একটা প্যাকেটে ৪টা রাজা থাকে। সম্ভাব্যতা হল $4/52 = 1/13$

উদাহরণ :

একটা প্যাকেট থেকে একটা লাল তাস টানার সম্ভাব্যতা বের কর।

একটা প্যাকেটে ২৬টা লাল আর ২৬টা কালো তাস থাকে। তাহলে, একটা লাল তাস টানার সম্ভাব্যতা হল $26/52$ বা $1/2$ ।

উদাহরণ :

একটা মুখাঙ্কিত তাস টানার সম্ভাব্যতা বের কর।

মুখাঙ্কিত তাসগুলো হল সাহেব, বিবি বা গোলামের ছবিসহ তাসগুলো। একটা প্যাকেটে $3 \times 4 = 12$ টা মুখাঙ্কিত তাস থাকে; ৩টা একই ধরনের আর ৪ ধরনের তাস থাকে।

$$12/52 = 3/13।$$

একটা মুখাঙ্কিত তাস পাবার সম্ভাব্যতা $3/13$ ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.17 এক প্যাকেট তাস থেকে ইশকাপনের বিবি টানার সম্ভাব্যতা বের কর।

7.18 এক প্যাকেট তাস থেকে একটা লাল মুখাঙ্কিত তাস টানার সম্ভাব্যতা বের কর।

7.19 ৬ তলের একটা ছক্কায় ১ থেকে ৬ পর্যন্ত থাকে। যদি তুমি ছক্কাটাকে গড়িয়ে দাও। তাহলে (a) একটা ৪, (b) একটা বিজোড় সংখ্যা, (c) ৩ এর চেয়ে ছোট একটা সংখ্যা, (d) ৬-এর চেয়ে বড় একটা সংখ্যা পাবার সম্ভাব্যতা কত?

উদাহরণ :

যদি একটা মুদ্রা দুবার ছোড়া হয়, তাহলে দুটো হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত?

সম্ভাব্য ফলগুলো হল : হেড হেড, হেড টেল, টেল হেড, টেল টেল।

দুটো হেড চারবারের মাঝে একবার ঘটে।

দুটোহেড পাবার সম্ভাব্যতা হল $1/4$ ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.20 যদি একটা মুদ্রা 3 বার ছোড়া হয় (a) তিনটা হেড, (b) দুটো হেড, (c) শূন্য হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত?

7.21 একটা ব্যাংকে 40টা পেনি, 25টা নিকেল, 15টা ডাইম আর 4টা সিকি আছে। মুদ্রাটি (a) একটা নিকেল, (b) একটা পেনি, (c) একটা নিকেল বা একটা সিকি হবার সম্ভাব্যতা কত?

সম্ভাবনা

Odds

সম্ভাবনা হতে পারে একটা ঘটনার পক্ষে বা বিপক্ষে।

পক্ষে সম্ভাবনার সংজ্ঞা হল :

$\frac{\text{অনুকূল ফলের সংখ্যা}}{\text{প্রতিকূল ফলের সংখ্যা}}$

উদাহরণ :

একটা ছক্কা একবার গড়িয়ে দিলে 3 পাবার অনুকূল সম্ভাবনা কত?

3 পাবার অনুকূল উপায় 1টা আর প্রতিকূল উপায় 5টা। ফলস্বরূপ সম্ভাবনা হল

$1/5$ ।

3 পাবার প্রতিকূল সম্ভাবনা কত?

5টা প্রতিকূল উপায় আর 1টা অনুকূল উপায় আছে। সম্ভাবনা হল $5/1$ ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.22 একটা ছক্কা একবার গড়ালে, জোড় সংখ্যা পাবার অনুকূল সম্ভাবনা কত?

7.23 একটা ছক্কা একবার গড়ালে, বিজোড় সংখ্যা পাবার প্রতিকূল সম্ভাবনা

কত?

“এবং” আর “অথবা” বিবৃত্যুক্ত সম্ভাব্যতাসমূহ

Probabilities With "And" and
"Or" Statements

একটা মুদ্রা ছুড়ে দিলে হয় তুমি একটা হেড (H) পাবে অথবা একটা টেল (T)। একে বলা হয় ফল। প্রথমবার ছোড়ায় একটা হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত?

তোমার দুটো সজাবনা আছে। হেড অথবা টেল। একটা ঘটনা (H) তোমার অনুকূলে। সজাব্যতা হল $1/2$ যদি তুমি একটা মুদ্রা দুইবার বা দুটো মুদ্রা একবার ছুড়ে দাও। তুমি নিম্নোক্ত ফলগুলো পাবে। HH, HT, TH, TT। 2 হেড পাবার সজাব্যতা কত? 4টার মধ্যে একটা ফল (HH) হল অনুকূলে সজাব্যতা হল $1/4$ ।

সমস্যাটাকে এভাবে বর্ণনা করা যায় : প্রথমে একটা হেড এবং তারপর একটা দ্বিতীয় হেড পাবার সজাব্যতাকত? $1/2 \times 1/2 = 1/4$ । “এবং” শব্দটা গুণে অনুদিত হল।

উদাহরণ :

তুমি একটা তাসের প্যাকেট থেকে একটা তাস টানলে আর তারপর রেখে দিলে। এখন প্যাকেট থেকে আরেকটা তাস টানলে। দুবারই একটা মুখাঙ্কিত তাস পাবার সজাব্যতা কত?

এক প্যাকেট তাসে প্রত্যেক ধরনের 3টা মুখাঙ্কিত তাস থাকে বা পুরো প্যাকেট, অর্থাৎ 52টা তাসের 12টা মুখাঙ্কিত তাস। একটা মুখাঙ্কিত তাস টানার সজাব্যতা হল $12/52$, বা $3/13$ । প্রথমে একটা এবং তারপর আরেকটা মুখাঙ্কিত তাস টানার সজাব্যতা হল $3/13 \times 3/13 = 9/169$ ।

দ্রষ্টব্য : যদি প্রথম তাস প্যাকেটে রেখে দেয়া না হত, তাহলে দ্বিতীয় সজাব্যতা হত $11/51$, কারণ আমরা প্যাকেট থেকে একটা মুখাঙ্কিত তাস সরিয়ে ফেলেছি।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.24 একটা ছক্কা ছোড়া হলে প্রথমে একটা ছয় এবং তারপর একটা 3 পাবার সজাব্যতা বের কর।

7.25 একটা নির্দিষ্ট ঘটনা ঘটানোর সজাব্যতা 30%। ঘটনাটা পরপর দুবার হবার সজাব্যতা কত? উত্তরটা শতকরা দাও।

7.26 একটা ছক্কা গড়ানো হলে প্রথমে একটা 1 এবং তারপর একটা জোড় সংখ্যা পাবার সজাব্যতা বের কর।

7.27 তুমি একটা মুদ্রা ছুড়লে এবং একটা ছক্কা গড়িয়ে দিলে। তুমি একটা হেড এবং একটা 5 পাবার সজাব্যতা কত?

7.28 একটা জারে 3টা লাল মার্বেল, 2টা সাদা এবং 4টা নীল মার্বেল আছে। জার থেকে এলোমেলোভাবে একটা মার্বেল পছন্দ করা হল আর তারপর আবার রেখে দেয়া হল। আরেকটা মার্বেল বেছে নেয়া হল (a) দুটো মার্বেলই সাদা হবার সম্ভাব্যতা বের কর। (b) যদি প্রথম মার্বেল আবার রেখে দেয়া না হয়, তাহলে দুটো মার্বেলই নীল হবার সম্ভাব্যতা বের কর।

ধর, সমস্যাটা ছিল। যখন একটা মুদ্রা ছুড়ে দিবে তখন প্রথমবার অথবা দ্বিতীয়বারে একটা হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত? দুটো ছোড়ার সম্ভাব্য ফলগুলো হল : HH, HT, TH, এবং TT। প্রতিটা ফলের সম্ভাবনা $1/4$ । একটা হেড চারটার মধ্যে দুবার ঘটতে পারে। তাই সম্ভাব্যতা হল $2/4 = 1/2$

“অথবা” শব্দটা নির্দেশ করে আমাদের যোগ করা উচিত।

উদাহরণ :

দুটো মুদ্রা ছোড়া হলে 1 অথবা 2 হেড পাবার সম্ভাব্যতা কত?

2 হেড পাবার সম্ভাব্যতাকে লেখা হয় $p(HH)$ এবং সমান $1/4$ । $p(HT) = 1/4$ এবং $p(TH) = 1/4$

$$1/4 + 1/4 + 1/4 = 3/4$$

একটা বা দুটো হেড পাবার সম্ভাব্যতা হল $3/4$ ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.29 একটা বাক্সে 8টা সবুজ, 7টা লাল এবং 10টা নীল মার্বেল আছে। যদি তুমি না দেখে একটা মার্বেল তোল তাহলে মার্বেলটা লাল বা নীল হবার সম্ভাব্যতা কত?

7.30 এক প্যাকেট তাস থেকে একটা সাহেব অথবা একটা বিবি তুলে নেবার সম্ভাব্যতা কত?

7.31 একটা ছক্কা একবার গড়িয়ে দিলে একটা 1 অথবা একটা জোড় সংখ্যা পাবার সম্ভাব্যতা কত?

উদাহরণ :

একটা ছক্কা একবার গড়িয়ে দিলে 2 বা একটা জোড় সংখ্যা পাবার সম্ভাব্যতা কত? এখানে একটা জটিলতা আছে। কারণ 2 একটা জোড় সংখ্যা যেটা দুবার

গোনা হয়েছে। একটা 2 পাবার সম্ভাব্যতা অর্থাৎ, $1/6$ এবং একটা জোড় সংখ্যা পাবার সম্ভাব্যতা, $3/6$, এর সমষ্টি থেকে আমাদের একটা 2 পাবার সম্ভাব্যতা $1/6$ বিয়োগ করতে হবে।

$$\text{উত্তর হল : } 1/6 + 3/6 - 1/6 = 3/6 = 1/2 \text{।}$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.32 যদি দুটো ছক্কা গড়িয়ে দেয়া হয়, তাহলে ফলগুলো দুটো একই সংখ্যা অথবা তাদের সমষ্টি 10 হবার সম্ভাব্যতা কত?

7.33 একটা ছক্কা ছোড়া হলে, তুমি একটা বিজোড় সংখ্যা পাবে অথবা 5-এর চেয়ে ছোট কোন সংখ্যা পাবে না, এর সম্ভাব্যতা বের কর।

7.34 একটা ছক্কা ছুড়ে দিলে প্রথমে একটা 3 এবং তারপর একটা 1 বা 2 পাবার সম্ভাব্যতা কত?

গণনার নীতি, বিন্যাস এবং সমাবেশ মৌলিক গণনার নীতি

The Counting Principle, Permutations, and Combinations The Fundamental Counting Principle

ধরি, একটা ঘটনা ঘটানোর 3টা উপায় এবং আরেকটা ঘটনা ঘটানোর 2টা উপায় আছে। তাহলে, মৌলিক গণনার নীতি আমাদের বলে যে দুটো ঘটনা ঘটানোর জন্য $3 \times 2 = 6$ টা উপায় আছে। যদি তোমার 3 জোড়া প্যান্ট এবং 8টা শার্ট থাকে, তাহলে তুমি কতভাবে পোশাক সজ্জিত হতে পারবে? প্রত্যেক জোড়া প্যান্ট 8টা ভিন্ন শার্টের সাথে সংযুক্ত হতে পারে, 3 জোড়া প্যান্ট 8টা শার্টের সাথে যুক্ত হয়ে $3 \times 8 = 24$ রকমের ভিন্ন সাজ হতে পারে।

উদাহরণ :

ধর, তুমি একটা বহুনির্বাচনী পরীক্ষা দিচ্ছ, যাতে 5টা প্রশ্ন এবং প্রতিটা উত্তরের 4টা করে পছন্দ দেয়া আছে। তুমি কতগুলো ভিন্ন ফল পেতে পার?

প্রথম প্রশ্নের 4টা সম্ভাব্য উত্তর আছে।

দ্বিতীয় প্রশ্নের 4টা সম্ভাব্য উত্তর আছে।

তৃতীয় প্রশ্নের 4টা সম্ভাব্য উত্তর আছে।

চতুর্থ প্রশ্নের 4টা সম্ভাব্য উত্তর আছে।

পঞ্চম প্রশ্নের 4টা সম্ভাব্য উত্তর আছে।

যেখানে মোট $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$ টা সম্ভাব্য ফল আছে।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.35 534 জন মহিলা এবং 216 জন পুরুষ নিয়ে তোমার একটা জোড়া মেলানোর কাজ আছে। তুমি কয়টা ভিন্ন জোড়া সাজাতে পারে?

7.36 2, 3 এবং 4 থেকে কয়টা 3 অঙ্কের সংখ্যা তৈরি করা যাবে। যদি প্রতিটা অঙ্ক পুনরাবৃত্তির অনুমতি থাকে?

বিন্যাস

Permutations

বিন্যাস হল জিনিসগুলোকে একটা নির্দিষ্ট ক্রমে সাজানো। উদাহরণস্বরূপ, যদি 4 জন লোককে সারিবদ্ধ করতে বলা হয়, তাহলে আমরা 4 জনের যেকোন জনকে প্রথম অবস্থানে রাখতে পারি, অবশিষ্ট 3 জনের যে কাউকে পরবর্তী অবস্থানে, তারপর 2 জনের এক জনকে এবং সবশেষে 1 জনকে। মৌলিক গণনার নীতি আমাদের গুণ করতে বলে, তাই আমরা পাই $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ টা ভিন্ন উপায়ে এ 4 জনকে সাজানো যায়।

যখন আমরা বিন্যাস এবং সমাবেশ নিয়ে কাজ করি তখন একটা গাণিতিক ধারণা প্রায়ই ব্যবহার করি, যাকে বলা হয় ফ্যাক্টোরিয়াল। এটাকে লেখা হয় $n!$ হিসেবে আর উচ্চারণ করা হয় n ফ্যাক্টোরিয়াল। যখন $n = 4$ ।

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

যদি আমাদের n সংখ্যক জিনিস সাজাতে বলা হয়, কিন্তু তাদের r সংখ্যক জিনিস একই রকম হলে, আমাদের অবশ্যই $n!$ কে $r!$ দ্বারা ভাগ করে হবে।

উদাহরণ :

3, 5, 6, 6, 7 কে কতভাবে সাজানো যায়?

এখানে 5টা সংখ্যা আছে যাদের 2টা একই রকম :

$$5! / 2! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 / (2 \times 1) = 60$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.37 একটা ব্যালটে একই অফিসের জন্য 5 জন প্রার্থীর নাম কতভাবে তালিকাবদ্ধ করা যায়?

7.38 2, 3, 5 এবং 7 অঙ্কগুলোকে কতভাগে সাজানো যায় যাতে সংখ্যাটা 4000 থেকে কম হয় যখন অঙ্কগুলোর পুনরাবৃত্তি হয় না?

7.39 1, 2, 3 এবং 9 অঙ্কগুলোকে ব্যবহার করে কয়টা 4 অঙ্কের জোড় সংখ্যা তৈরি করা যায়, যদি অঙ্কগুলোর পুনরাবৃত্তির অনুমতি না থাকে?

সূত্র : বের কর কোনটা চতুর্থ অঙ্ক।

7.40 CIRCLE শব্দটার বর্ণগুলোকে এলোমেলোভাবে পুনর্বিন্যস্ত করা হল। কতগুলো ভিন্ন উপায়ে বর্ণগুলোকে সাজানো যায়?

সমাবেশ

Combinations

সমাবেশ হল জিনিসগুলোর এমন একটা নির্বাচন যেখানে ক্রম কোন ব্যাপারে নয়। যদি A, B এবং C বর্ণ তিনটা থেকে একবারে দুটো করে নির্বাচন করা হয়, তাহলে আমরা তিনটা সম্ভাব্য ঘটনা পাই : AB, AC এবং BC। আমরা একটা সূত্র ব্যবহার করতে পারি : $n! / r! (n - r)!$, যেখানে n হল বস্তুগুলোর সংখ্যা আর r হল বস্তুগুলো থেকে একবারে নির্বাচিত বস্তুগুলোর সংখ্যা। এ ক্ষেত্রে $n = 3$ এবং $r = 2$

$$3! / 2! = 3 \times 2 \times 1 / (2 \times 1) = 3$$

আমরা A, B, এবং C বর্ণগুলোর 3টা সমাবেশ পাই।

সেট Sets

সেট হল বস্তুসমূহের সংগ্রহ, যাদের বলা হয় উপাদান। এদের নিম্নোক্তভাবে তালিকাবদ্ধ করা হয়। 1, 2 এবং 3 সংখ্যাগুলো দ্বারা গঠিত একটা সেটে এদের বন্ধনীর ভেতরে রাখা হয় : {1, 2, 3}। যদি একটা সেটের উপাদান সংখ্যা অসীম হয় যেমন সংখ্যা গণনার মত, যে সংখ্যাগুলো দ্বারা আমরা গণনা করি, তাহলে আমরা ডট ব্যবহার করি এটা বুঝানোর জন্য যে আমাদের তালিকাবদ্ধ করতে পারার চেয়েও বেশি সংখ্যা রয়েছে : {1, 2, 3,}।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.41 সব ধনাত্মক জোড় পূর্ণ সংখ্যাগুলোকে সেট আকারে লেখ।

দুটো সেট পরস্পরকে ছেদ করতে পারে, অর্থাৎ সেটগুলোর উপাদানসমূহ সাধারণ হতে পারে। প্রতীক : \cap ।

যদি দুটো সেটের মাঝে কোন সাধারণ উপাদান না থাকে, তাহলে ফলাফল লেখা হয় { } বা ϕ হিসেবে। একে বলা হয় শূন্য বা ফাঁকা সেট।

উদাহরণ :

{1, 2, 3, 4, 5} এবং {4, 5, 6} সেটগুলোর ছেদ বের কর।

$$\{1, 2, 3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 5\}$$

ছেদ হল {4, 5}।

যখন আমরা দুটো সেটের সব উপাদানগুলোকে পুনরাবৃত্তি না করে তালিকাবদ্ধ করি। আমরা সেটগুলোর সংযোগ পাই। প্রতীক \cup ।

উদাহরণ :

{1, 2, 3, 4, 5} \cup {4, 5, 6} বের কর।

সংযোগ হল {1, 2, 3, 4, 5, 6}।

দুটো সেটের ছেদ এবং সংযোগ প্রায়ই ভেনচিত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। এগুলো হল সেট উপস্থাপনকারী বৃত্তসমূহ। Figure 7-8 দ্রষ্টব্য।

উদাহরণ :

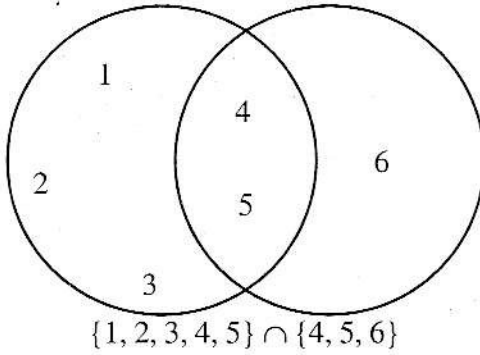


Fig-7.8

অনুশীলন সমস্যাবলি :

7.42 $A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{2, 4, 6, 8\}$ সেট দুটোর ছেদ বের কর এবং (b) সেটগুলোর সংযোগ বের কর।

7.43 একটা স্কুলে 387 জন জুনিয়র আছে : 165 জন রসায়ন এবং জার্মান উভয়ই নেয়, আর 258 জন জীববিজ্ঞান এবং জার্মান নেয়। কতজন ছাত্র জার্মান নিচ্ছে?

7.44 91 জনের একটা আডিশনে বলা হল, 32 জন গান গাইতে পারে। কিন্তু নাচতে পারে না, 45 জন নাচতে পারে কিন্তু গাইতে পারে না। কতজন লোক গান গাওয়া এবং নাচ উভয়েই পারে?

7.45 একজন গাড়ি বিক্রেতা একটা নির্দিষ্ট মাসে 150টা গাড়ি বিক্রি করে। এসব গাড়ির মধ্যে 90টা গাড়িতে এয়ারব্যাগ আছে, 50টা গাড়িতে কার ফোন আছে এবং 30টা গাড়িতে কোন এয়ারব্যাগ বা কোন কার ফোন নেই। কয়টা গাড়িতে এয়ারব্যাগ এবং কার ফোন দুটোই আছে?

অধ্যায়-৪

জ্যামিতি

Geometry

এ অধ্যায়ে তুমি দ্বিমাত্রিক এবং ত্রিমাত্রিক জ্যামিতি, ত্রিকোণমিতি, আর বিশ্লেষণী জ্যামিতির প্রাথমিক পরিচিতি; অর্থাৎ, কোণ আর ত্রিভুজ, আয়ত, বর্গ, বৃত্ত, ঘনক আর সিলিন্ডারের বিশ্ব খুঁজে পাবে। আমাদের প্রমাণের প্রয়োজন হবে না, কিন্তু যে সমস্যাগুলোতে শুধু সংখ্যাগত উত্তর জানতে চাওয়া হয়েছে সেগুলো নিয়ে আলোচনা করা হবে।

দ্বিমাত্রিক জ্যামিতিতে, আমরা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল এবং অন্যান্য দ্বিমাত্রিক জিনিসের ক্ষেত্রফল এবং তাদের পরিসীমা, পরিধি, ব্যাস এবং বৃত্তের ব্যাসার্ধ, আর পরবর্তীতে, ঘনক আর সিলিন্ডারের আয়তন হিসেব করব।

তোমাকে পীথাগোরাসের উপপাদ্য সম্পর্কে এবং কিভাবে এটা ব্যবহার করতে হবে সে সম্পর্কে জানতে হবে। তুমি সদৃশ ত্রিভুজের সাথে পরিচিত হবে এবং জানবে কিভাবে তারা বিভিন্ন হিসেবে ব্যবহৃত হয়।

তারপর আমরা অন্য চিত্র সম্বলিত সমস্যাগুলোতে যাব, যেখানে তিনের বেশি ধার থাকবে, যেমন চতুভুজ, বহুভুজ (উদাহরণস্বরূপ, ওয়াশিংটন ডি.সি.র পেন্টাগন, যাতে পাঁচটা কোণ এবং পাঁচটা বাহু আছে) এবং বৃত্ত থাকবে।

ত্রিমাত্রিক জ্যামিতিতে আমরা ত্রিমাত্রিক বস্তু, যেমন- ঘনক আর সিলিন্ডারের ক্ষেত্রফল আর আয়তন হিসেব করব। ত্রিকোণমিতি অংশে আমরা শিখব তিনটা গুরুত্বপূর্ণ ফাংশন sine, cosine এবং tangent সম্পর্কিত সমস্যাবলি এবং কিভাবে ক্যালকুলেটরের সাহায্যে এদের মান বের করা যায়। সবশেষে, বিশ্লেষণী জ্যামিতি (স্থানাঙ্ক জ্যামিতিও বলা হয়) অংশে, তুমি শিখবে কিভাবে বিন্দু এবং সমীকরণকে তাদের স্থানাঙ্কের সাহায্যে একটা রেখাচিত্রে প্রকাশ করা যায় আর কিভাবে বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব হিসেব করবে বা এসব বিন্দু দ্বারা তৈরি ত্রিভুজ আর আয়তগুলোর ক্ষেত্রফল বের করবে।

দ্বিমাত্রিক জ্যামিতি Plane Geometry

এ অধ্যায়ে জ্যামিতির প্রাথমিক ধারণাগুলো নিয়ে আলোচনা করা হয়। এখানে কোন প্রমাণ নেই, শুধু হিসেব। দ্বিমাত্রিক জ্যামিতিতে আমরা রেখা, রশ্মি এবং রেখার অংশ নিয়ে আলোচনা করব।

একটা সরলরেখার কোন শুরু, কোন শেষ, আর কোন আকার নেই, শুধু দিক আছে। এটা তীর সম্বলিত একটা রেখা দ্বারা উপস্থাপিত হয়। একটা রশ্মি হল একটা রেখার অংশ যার একটা শুরু আছে কিন্তু শেষ নেই। একটা রেখাংশ হল একটা রেখার অংশ যার শুরু এবং শেষ আছে।

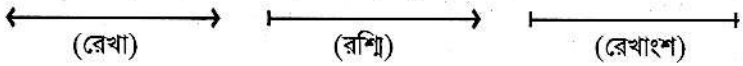


Fig-8.1

কোন Angle

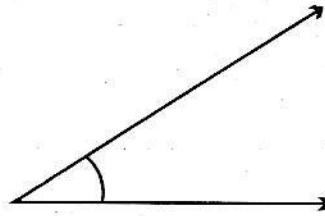


Fig-8.2

কোণ তৈরি হয় দুটো রশ্মি দ্বারা, যাদের শেষ বিন্দু (শীর্ষ) একই। এদের পরিমাপ করা হয় ডিগ্রিতে। রশ্মিগুলো যদি একসাথে মিলে যায়, কোণের পরিমাপ হয় 0° । রশ্মিগুলো একটা সরলরেখা তৈরি করলে কোণের পরিমাপ হয় 180° এটা একটা সরলকোণ। যখন কোণটা লম্ব হয়, কোণের পরিমাপ হয় 90° : এটা একটা সমকোণ। একটা সমকোণকে একটা বইয়ের কোণা বা অন্য যেকোন আয়তাকার বস্তুর কোণার মত দেখায়। কোণের প্রতীক : \angle ।

0° থেকে 90° -এর মাঝের কোন কোণকে বলা হয় সূক্ষ্মকোণ আর 90° এবং 180° এর মধ্যবর্তী কোন কোণকে বলা হয় স্থূলকোণ। যখন দুটো কোণের

পরিমাপ যোগ করলে 180° হয়, তাদের বলা হয় সম্পূরক কোণ, আর দুটো কোণের পরিমাপ যোগ করলে 90° হলে, তাদের বলা হয় পরিপূরক কোণ।

উদাহরণ :

135° কোণের সম্পূরক কোণ বের কর।

দুটো সম্পূরক কোণ যোগ করলে 180° হয়।

তাই $180 - 135 = 45$

কোণটা হল 45° ।

অনুশীলন সমস্যাাবলি :

8.1 পরিপূরক আর সম্পূরক কোণগুলো বের কর :

(a) 45° , (b) 30° , (c) 90° , (d) 67° এবং (e) 75° ।

পরিসীমা

Perimeter

কোন দ্বিমাত্রিক বস্তুর পরিসীমা হল এর চারপাশের মোট দৈর্ঘ্য। এটাকে একটা ফিতা দিয়ে পরিমাপের মত মনে কর।

উদাহরণ :

একটা আয়তের পরিসীমা হল 72 ইঞ্চি। যদি দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে 6 ইঞ্চি বেশি হয়, দৈর্ঘ্য আর প্রস্থ বের কর।

ধরি, প্রস্থ x । তাহলে দৈর্ঘ্য হল $x + 6$ আর পরিসীমা হল

$$x + x + 6 + x + x + 6 = 72$$

$$4x + 12 = 72$$

$$4x = 60$$

$$x = 15$$

$$x + 6 = 21$$

প্রস্থ হল 15 ইঞ্চি এবং দৈর্ঘ্য 21 ইঞ্চি।

পরীক্ষা : $15 + 21 + 15 + 21 = 72$

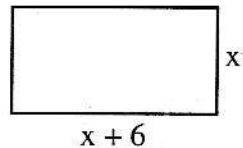


Fig-8.3

অনুশীলন সমস্যাবলি :

৪.২ একটা আয়তের মাত্রাগুলো বের কর যার দৈর্ঘ্য প্রস্থের দ্বিগুণ এবং পরিসীমা ৪২ সে.মি.।

৪.৩ একটা আয়তের দৈর্ঘ্য এর প্রস্থের তুলনায় ৬ একক বেশি। যদি এর পরিসীমা ৪০ একক হয়, তাহলে দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বের কর।

উদাহরণ :

একটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমি ৭ ইঞ্চি আর পরিসীমা ২৯ ইঞ্চি। অন্য বাহুগুলো বের কর।

একটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের দুটো সমান বাহু থাকে। তৃতীয় বাহুকে বলা হয় ভূমি।

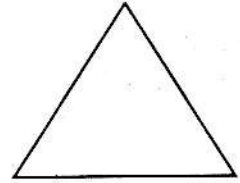
ধরি, সমান বাহুদ্বয়ের প্রতিটা x ।

পরিসীমা হল $x + x + 7 = 29$

$$2x + 7 = 29$$

$$2x = 22$$

$$x = 11$$



7 inches

Fig-8.4

বাহুগুলোর প্রতিটা ১১ ইঞ্চি।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

৪.৪ একটা আয়তের পরিসীমা ৬২ সে.মি.। আয়তের দৈর্ঘ্য প্রস্থের চেয়ে ৫ সে.মি. দীর্ঘ। আয়তটার দৈর্ঘ্য আর প্রস্থ বের কর।

৪.৫ ৫ ইঞ্চি বাহুবিশিষ্ট একটা বর্গের পরিসীমা বের কর।

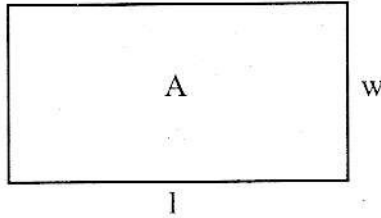
৪.৬ একটা আয়তের প্রস্থ দৈর্ঘ্যের $\frac{2}{3}$ অংশ এবং পরিসীমা ১৫ ইঞ্চি। আয়তটার দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ বের কর।

8.7 একটা সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমা একটা বর্গের পরিসীমা সমান।
ত্রিভুজের বাহু বর্গের বাহুর চেয়ে 1.2 ইঞ্চি দীর্ঘ। পরিসীমা বের কর।

8.8 ABC ত্রিভুজে AC বাহু AB বাহুর চেয়ে 8 সে.মি. দীর্ঘ। BC বাহু AB বাহুর দ্বিগুণ। ত্রিভুজটার পরিসীমা 60 সে. মি.। বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য কত?

ক্ষেত্রফল

Areas



একটা আয়তের ক্ষেত্রফল হল দৈর্ঘ্য \times প্রস্থ।

উদাহরণ :

একটা আয়তের দৈর্ঘ্য 10 সে. মি. আর প্রস্থ 6 সে. মি.। ক্ষেত্রফল বের কর।

$$l \times w = 10 \text{ সে. মি.} \times 6 \text{ সে. মি.} = 60 \text{ সে. মি.}^2 \text{ (বর্গ সে.মি.)}$$

উল্লেখ্য যে সব ক্ষেত্রফলই বর্গ এককে প্রকাশ করা হয়।

উদাহরণ :

এটা বর্গের পরিসীমা 24 ইঞ্চি। ক্ষেত্রফল বের কর।

একটা বর্গ হল সমান চার বাহুবিশিষ্ট একটা আয়ত। বাহুগুলোকে সাধারণত বলা হয় s । তাই ক্ষেত্রফল হল $s \times s$, বা s^2 ।

$$4s = 24$$

$$s = 6$$

$$A = 6 \times 6 = 36 \text{ ইঞ্চি}^2$$

ক্ষেত্রফল 36 বর্গ ইঞ্চি।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.9 একটা বর্গের ক্ষেত্রফল 81 ইঞ্চি। এর পরিসীমা কত?

8.10 একটা বর্গের পরিসীমা একটা সমবাহু ত্রিভুজের পরিসীমার চেয়ে 3 ইঞ্চি লম্বা। ত্রিভুজের বাহু বর্গের বাহুর চেয়ে $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি লম্বা। বর্গটার ক্ষেত্রফল বের কর।

8.11 একটা বর্গের দুই বিপরীত বাহুকে 2 ইঞ্চি করে বাড়ানো হল আর অন্য দুই বাহুকে 1 ইঞ্চি করে ছোট করা হল। নতুন আয়তটার ক্ষেত্রফল আসল বর্গের ক্ষেত্রফলের সমান। ক্ষেত্রফল বের কর।

8.12 একটা নির্দিষ্ট আয়তের পরিসীমা 24 ইঞ্চি। যদি দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ আর প্রস্থ তিনগুণ করা হয়, ক্ষেত্রফল বাড়ে 160 ইঞ্চি²। আসল আয়তটার মাত্রাগুলো বের কর।

8.13 একটা বর্গের ক্ষেত্রফল 64 ইঞ্চি²। বর্গটার দুটো বিপরীতবাহু 40% বাড়ানো হল এবং অপর দুই বাহু 25% কমানো হল। একটা আয়ত তৈরি হল। আয়তটার ক্ষেত্রফল বর্গের ক্ষেত্রফলের চেয়ে কত বড় (শতকরায়)?

একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $A = \frac{1}{2}bh$ যেখানে b হল ভূমি এবং h হল উচ্চতা, যেটা হল শীর্ষ থেকে বিপরীত ভূমির ওপর আঁকা লম্ব রেখাংশ (সমকোণ)। Figure 8.6 দ্রষ্টব্য।

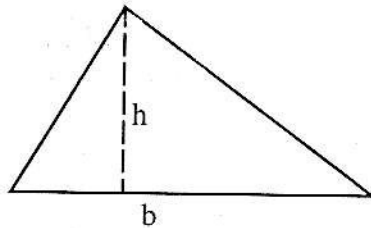


Fig-8.6

ত্রিভুজের যে কোন বাহুকে ভূমি হিসেবে ধরা যায়। প্রত্যেকটা ভূমিরই এর সাথে যুক্ত উচ্চতা আছে।

উদাহরণ :

4 ইঞ্চি ভূমি এবং 3 ইঞ্চি উচ্চতা সম্পন্ন একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর।

$$\text{সূত্র : } A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2} (4) (3) \text{ ইঞ্চি}^2 = 6 \text{ ইঞ্চি}^2$$

ক্ষেত্রফল 6 বর্গ ইঞ্চি।

উদাহরণ :

একটা সমকোণী ত্রিভুজের পাগুলো (যে বাহুগুলো সমকোণ তৈরি করে) হল 5 সে.মি. এবং 8 সে.মি.। ক্ষেত্রফল বের কর।

সমকোণী ত্রিভুজের একটা পাকে যদি ভূমি ধরা হয়, অন্য যাকে ধরা হয় উচ্চতা।

$$\text{ক্ষেত্রফল : } \frac{1}{2} \times 5 \times 8 = 20$$

ক্ষেত্রফল হল 20 সে.মি.²।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

8.14 একটা ত্রিভুজের দুটো বাহু হল 15 ইঞ্চি এবং 20 ইঞ্চি। লম্বা বাহুর ওপর উচ্চতা হল 6 ইঞ্চি। ছোট বাহুর ওপর উচ্চতা বের কর।

8.15 একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল 30 ইঞ্চি² এবং উচ্চতা 5 ইঞ্চি। এ উচ্চতার সাথে সম্পর্কিত ভূমি বের কর।

পীথাগোরাসের উপপাদ্য

The Pythagorean Theorem

একটা সমকোণী ত্রিভুজের পদগুলো যদি a ও b হয়, আমরা এ সম্পর্ক পাই,
 $a^2 + b^2 = c^2$, যেখানে c হল অতিভুজ (বৃহত্তম বাহু)।

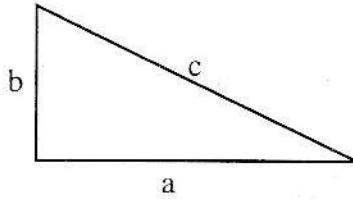


Fig-8.7

উদাহরণ :

পা দুটো 3 ইঞ্চি এবং 4 ইঞ্চি হলে অতিভুজটা বের কর।

$$3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$$

উত্তর : অতিভুজ হল 5 ইঞ্চি।

উদাহরণ :

একটা বাছ 5 সে.মি. এবং অতিভুজ 13 সে.মি. হলে অন্য বাছটা বের কর।

ধরি, বাছটা x ।

$$x^2 + 5^2 = 13^2$$

$$x^2 + 25 = 169$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

বাছটা হল 12 সে.মি.।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.16 বাছগুলো 6 এবং 8 একক হলে অতিভুজ বের কর।

8.17 বাছগুলো 7 এবং 24 একক হলে অতিভুজ বের কর।

8.18 3 ইঞ্চি, 4 ইঞ্চি এবং 5 ইঞ্চি বাছবিশিষ্ট একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের

কর। বৃহত্তম বাহুর ওপর উচ্চতা হল 2.4 ইঞ্চি। এ সমস্যাটা সমাধানের দুটো উপায় বের করতে পারবে? সূত্র : এটা কোন ধরনের ত্রিভুজ?

8.19 একটা বাহু 7 একক এবং অতিভুজ $\sqrt{65}$ একক হলে অপর বাহু বের কর।

8.20 একটা 20 ফুট লম্বা একটা মই একটা দেয়ালের সাথে হেলান দিয়ে রাখা। মইটার নিচের প্রান্ত দেয়াল থেকে 8 ফুট দূরে। মইটা দেয়ালের কোন উচ্চতায় লেগেছে?

কোণ এবং ত্রিভুজ

Angles and Triangles

যে কোন ত্রিভুজের কোণগুলোর সমষ্টি 180° ।

উদাহরণ :

একটা ত্রিভুজের কোণগুলো x , $2x$ এবং $3x$ হলে x বের কর।

$$x + 2x + 3x = 180$$

$$6x = 180$$

$$x = 30$$

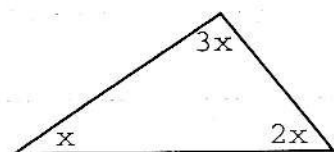


Fig-8.8

তাই, x চিহ্নিত কোণটা হল 30° । অন্য কোণগুলো হল 60° এবং 90° ।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.21 একটা ত্রিভুজে কোণ A কোণ B-এর দ্বিগুণ। কোণ C কোণ B-এর চেয়ে 20° বেশি। কোণগুলোর বের কর।

8.22 ABC ত্রিভুজে কোণ A কোণ B-এর তিনগুণ। কোণ C হল 60° । কোণ A-এর মান বের কর।

8.23 একটা ত্রিভুজের দুটো কোণের অনুপাত 3 : 5। তৃতীয় কোণটা হল 52° । অন্য কোণ দুটো বের কর।

বহিঃস্থ কোণ

Exterior Angles

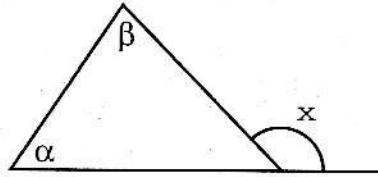


Fig-8.9

একটা ত্রিভুজের একটা বাহুকে যদি বাড়ানো হয়, বাড়ানো বাহু এবং অন্য বাহুর মধ্যে যে কোণটা তৈরি হয় তাকে বহিঃস্থ কোণ বলে।

একটা বহিঃস্থ কোণ অসন্নিহিত কোণ দুটোর সমষ্টির সমান। অন্য কথায়,

$$x = \alpha + \beta$$

উদাহরণ :

একটা ত্রিভুজের কয়টা বহিঃস্থ কোণ আছে?

প্রত্যেকটা শীর্ষ দুটো বহিঃস্থ কোণ তৈরি করতে পারে। আর এরা সর্বদাই সমান হয়; তাই, সর্বোচ্চ তিনটা ভিন্ন বহিঃস্থ কোণ পাওয়া যায়।

উদাহরণ :

একটা ত্রিভুজের বহিঃস্থ কোণগুলো বের কর। যেখানে কোণগুলো হল 37° , 42° এবং 101° ।

$$37^\circ + 42^\circ = 79^\circ$$

$$37^\circ + 101^\circ = 138^\circ$$

$$42^\circ + 101^\circ = 143^\circ$$

বহিঃস্থ কোণগুলো হল 79° , 138° এবং 143° ।

পূর্ববর্তী উদাহরণে বহিঃস্থ কোণ তিনটার সমষ্টি কত? সব ত্রিভুজের জন্যই কী এটা সত্য?

উদাহরণ :

নিম্নোক্ত ত্রিভুজটার কোণগুলো বের কর : একটা বহিঃস্থ কোণ $14x - 6^\circ$ আর অসন্নিহিত কোণ দুটো হল $7x$ এবং $5x + 10^\circ$ ।

$$14x - 6 = 7x + 5x + 10$$

$$14x - 6 = 12x + 10$$

$$2x = 16$$

$$x = 8$$

$$\text{বহিঃস্থ কোণ : } 14(8^\circ) - 6^\circ = 106^\circ$$

$$\text{বিপরীত অন্তঃস্থ কোণ : } 7(8^\circ) = 56^\circ$$

$$\text{বিপরীত অন্তঃস্থ : } 5(8^\circ) + 10^\circ = 40^\circ + 10^\circ = 50^\circ$$

$$\text{তৃতীয় অন্তঃস্থ : } 180^\circ - 106^\circ = 74^\circ$$

কোণগুলো হল 74° , 56° এবং 50° ।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

8.24 ABC একটা সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ যেখানে A এবং C হল ভূমি কোণদ্বয় । C কোণের বহিঃস্থ কোণ হল 156° । কোণ B বের কর ।

8.25 ABC ত্রিভুজে, \overline{AB} বাহুকে D পর্যন্ত বাড়ানো হল । যদি কোণ C $x + 30$, কোণ A $2x + 10$, এবং B-এর বহিঃস্থ কোণ (CBD) হল $4x + 30$, x-এর মান কত?

দ্রষ্টব্য : যখন তুমি \overline{AB} লিখবে, তখন তুমি একটা রেখাংশ নিয়ে আলোচনা করছ । অন্য কথায়, এটা A এবং B-এর মাঝে ভৌত বাহু । দণ্ড ছাড়া AB-এর মানে হল রেখাংশটার পরিমাপ ।

সর্বসম এবং সদৃশ কোণ

Congruent and Similar Triangles

যদি দুটো ত্রিভুজ আকৃতি এবং আকারে সমান হয়, তাদের বলা হয় সর্বসম।
যদি একটা ত্রিভুজকে কেটে সরিয়ে আনা হয়, এটা ঠিকভাবে অন্যটার ওপর বসে
যাবে। প্রতীক : \cong

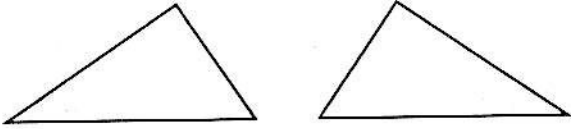


Fig-8.10

সর্বসমতার ধারণা প্রধানত প্রমাণে ব্যবহৃত হয়। সাদৃশ্যের ধারণা শাব্দিক
সমস্যাগুলোর জন্য বেশি উপকারী। সদৃশ ত্রিভুজগুলোর আকৃতি একই কিন্তু
আকার এক নয়। প্রতীক : \sim ।

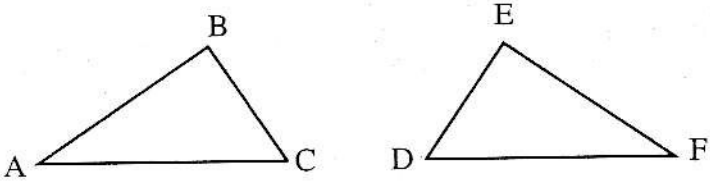


Fig-8.11

সদৃশ ত্রিভুজগুলোর অনুরূপ কোণগুলো সমান এবং অনুরূপ বাহুগুলো
সমানুপাতিক।

উদাহরণস্বরূপ, যদি ত্রিভুজ $ABC \sim$ ত্রিভুজ DEF হয়, তাহলে

$$\angle A \cong \angle D; \angle B \cong \angle E; \angle C \cong \angle F$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$

উদাহরণ :

পূর্ববর্তী উদাহরণে, যদি $AB = 3$, $BC = 4$, $AC = 5$, $DE = 6$ হয় তাহলে EF এবং DF কত?

$$\frac{AB}{DE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{4}{x} = \frac{1}{2}$$

$$x = 8$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{5}{y} = \frac{1}{2}$$

$$y = 10$$

$$EF = 8 \text{ এবং } DF = 10$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.26 ABC ত্রিভুজে, $AB = 3$, $BC = 2$ এবং সদৃশ ত্রিভুজ DEF -এ অনুরূপ বাহুগুলো হল x এবং 3 । x বের কর।

8.27 একটা ত্রিভুজের বাহুগুলো হল 7 সে.মি., 10 সে.মি. এবং 12 সে.মি.। আরেকটা ত্রিভুজে প্রথমটার সদৃশ, ক্ষুদ্রতম বাহু হল 10.5 সে.মি.। দ্বিতীয় ত্রিভুজের অন্য বাহুগুলো বের কর।

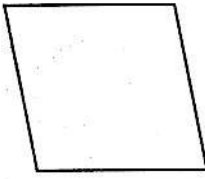
8.28 একটা বালক 6 ফুট লম্ব এবং তার ছায়া হল 4 ফুট। দিনের একই সময়ে, একটা গাছের ছায়া হল 24 ফুট দীর্ঘ। গাছটার উচ্চতা কত?

সূত্র : দুটো সদৃশ সমকোণী ত্রিভুজ ব্যবহার কর।

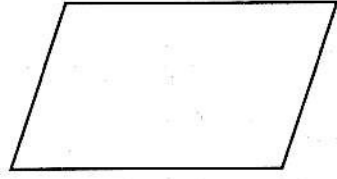
বহুভুজ

Polygons

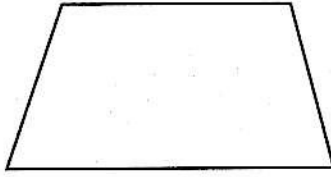
বহুভুজ শব্দটার মানে হল অনেক বাহু। কিন্তু এটা অনেক কোণ বুঝাতেও ব্যবহৃত হয়। সরলতম বহুভুজ হল ত্রিভুজ এবং তারপর চতুর্ভুজ (চার বাহুবিশিষ্ট)। এর মধ্যে রয়েছে বর্গ, আয়ত, রম্বস, সামান্তরিক, আর ট্রাপিজয়েড।



Rhombus



Parallelogram



Trapezoid

Fig-8.12

সদৃশ বহুভুজ

Similar Polygons

যদি একটা বহুভুজকে বড় করা হয়, সবগুলো বাহু একই অনুপাতে বড় হয়। ক্ষেত্রফলের ক্ষেত্রে কি ঘটে?

উদাহরণস্বরূপ, ধরি, একটা 2×3 আয়ত। এর ক্ষেত্রফল হল 2 গুণ $3 = 6$ বর্গ একক।

প্রত্যেক বাহুকে 2 দ্বারা গুণ করি। নতুন আয়তের প্রস্থ হবে 4 একক এবং দৈর্ঘ্য 6 একক। এর ক্ষেত্রফল 24 বর্গ একক, অর্থাৎ, আসল আয়তের 4 গুণ।

উদাহরণ :

দুটো বহুভুজের পরিসীমাদ্বয়ের অনুপাত হল $2 : 3$ । ছোট বহুভুজটার ক্ষেত্রফল 5 ইঞ্চি² হলে বড় বহুভুজটার ক্ষেত্রফল বের কর।

ক্ষেত্রফলগুলোর অনুপাত হবে $2 : 3$ -এর বর্গ বা $4 : 9$ ।

$$\frac{4}{9} = \frac{5}{x}$$

বক্রগুণন করি :

$$4x = 45$$

$$x = 11.25$$

অনুশীলনী সমস্যাবলি :

8.27 একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল হল 12 ইঞ্চি²। যদি বড়টা থেকে একটা ছোট ত্রিভুজ কেটে নেয়া হয় যাতে সবগুলো বাহুই বড় ত্রিভুজের 1/3 হয়, তাহলে এর ক্ষেত্রফল কত?

বৃত্ত

The Circle

বৃত্তের পরিসীমাকে বলা হয় পরিধি। $C = 2\pi r$, যেখানে C হল পরিধি, π হল প্রায় 3.14 এবং r হল বৃত্তের ব্যাসার্ধ। সূত্রটাকে এভাবেও লেখা যায় $C = \pi d$, যেখানে d হল বৃত্তের ব্যাস। বৃত্তের ক্ষেত্রফল হল $A = \pi r^2$ ।

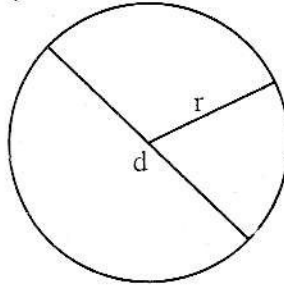


Fig-8.13

উদাহরণ :

2 ইঞ্চি ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধি এবং ক্ষেত্রফল বের কর।

$$C = 2\pi r = 2 \times 3.14 \times 2 \text{ ইঞ্চি} = 12.56 \text{ ইঞ্চি}$$

$$A = \pi r^2 = 3.14 \times (2)^2 \text{ ইঞ্চি}^2 = 12.56 \text{ ইঞ্চি}^2$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.30 একটা বৃত্তের পরিধি হল 20π । ব্যাসার্ধ বের কর।

8.31 একটা খেলনা গাড়ির চাকাগুলোর ব্যাস 1.5 সে.মি.। চাকাগুলো দুই বার ঘুরলে গাড়িটা কত দূর যাবে?

8.32 একটা অর্ধবৃত্তের ব্যাস হল 3 ইঞ্চি। অর্ধবৃত্তটার ক্ষেত্রফল এবং পরিসীমা বের কর।

8.33 দুটো এককেন্দ্রিক বৃত্ত (একই কেন্দ্রের বৃত্ত) থেকে একটা আংটি তৈরি হয়। ভেতরের বৃত্তের ব্যাস $3/4$ ইঞ্চি আর আংটিটার প্রস্থ $1/4$ ইঞ্চি। এর নিরেট অংশের ক্ষেত্রফল বের কর। Figure 8-14 দৃষ্টব্য।

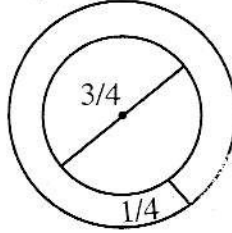


Fig-8.14

ত্রিমাত্রিক জ্যামিতি Solid Geometry

একটা কঠিন আয়তকে একটা বাস্তবের মত দেখায়। এর ৬টা আয়তাকার তল, 12টা ধার, এবং ৪টা শীর্ষ (কোণা) আছে। Figure 8-15-এ বাস্তবটা দেখা যাচ্ছে আর Figure 8-16 দেখাচ্ছে খোলা বাস্তবটা।

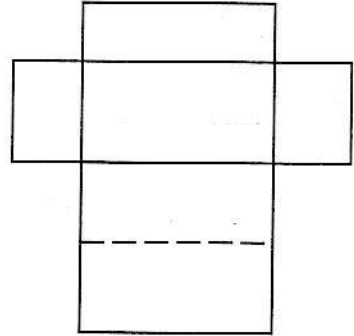
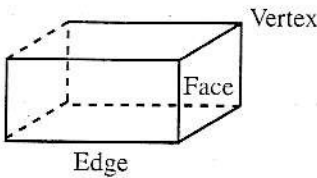


Fig-8.15

একটা সিলিন্ডারকে একটা ক্যানের মত দেখায়। কখনো কখনো এর একটা ক্যানের মত একটা শীর্ষভাগ আর একটা তলা থাকে কিন্তু কখনো কখনো থাকে না।

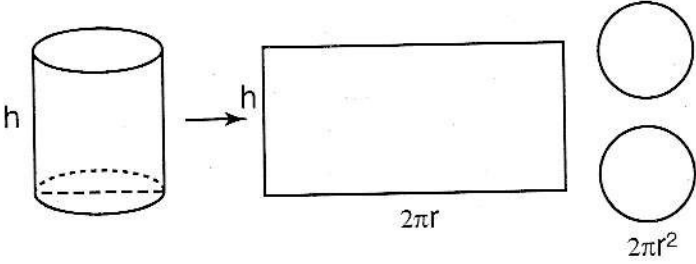


Fig-8.17

ক্ষেত্রফল

Area

একটা ত্রিমাত্রিক আয়তের ক্ষেত্রফল সমান ৬টা তলের ক্ষেত্রফলের যোগফল।

উদাহরণ :

একটা আয়তাকার বস্তুর ধার তিনটা হল ৩ ইঞ্চি, ৪ ইঞ্চি এবং ৫ ইঞ্চি।

সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বের কর।

এখানে ২টা (3×4) আয়ত এবং ২টা (3×5) আয়ত, ২টা (4×5) আয়ত আছে।

$$\begin{aligned} \text{সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল :} & \quad 2 \times 3 \times 4 \text{ ইঞ্চি}^2 = 24 \text{ ইঞ্চি}^2 \\ & \quad 2 \times 3 \times 5 \text{ ইঞ্চি}^2 = 30 \text{ ইঞ্চি}^2 \\ & \quad 2 \times 4 \times 5 \text{ ইঞ্চি}^2 = 40 \text{ ইঞ্চি}^2 \end{aligned}$$

$$\text{সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল } (24 + 30 + 40) \text{ ইঞ্চি}^2 = 94 \text{ ইঞ্চি}^2$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

৪.৩৪ একটা আয়তাকার বস্তুর ধারগুলো হল ৩ ইঞ্চি, ৫ ইঞ্চি এবং ৭ ইঞ্চি।

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

৪.৩৫ একটা ঘনকের ধার হল ১০ সে.মি.। এর সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত?

৪.৩৬ যদি ৪.৩৪ সমস্যার আয়তাকার বস্তুর প্রত্যেকটা ধার ২০% বাড়ানো হয়, তাহলে সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল কত হবে?

একটা সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল নিম্নরূপ। যদি এর উপরিভাগ এবং

তলা থাকে, ধর তুমি দুটোকেই একটা টিন কাটার দিয়ে সরিয়ে ফেললে। এখন তোমার কাছে দুটো বৃত্ত এবং একটা উপরিভাগ-তলাবিহীন সিলিন্ডার আছে। সিলিন্ডাটাকে খাড়াভাবে কেটে সমতল বানাও। এখন তুমি একটা আয়ত পেলে যার প্রস্থ সিলিন্ডারটার উচ্চতার সমান এবং দৈর্ঘ্য $2\pi r$, যেখানে r হল বৃত্তগুলোর ব্যাসার্ধ, যেগুলো কেটে নেয়া হয়েছে। Figure 8-17 দ্রষ্টব্য।

উদাহরণ :

একটা সিলিন্ডারের সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বের কর যার উচ্চতা ৪ ইঞ্চি এবং তলাগুলোর ব্যাস ৪ ইঞ্চি।

তলাগুলোর প্রত্যেকটার ক্ষেত্রফল হল $\pi(4/2)^2$ ইঞ্চি^২ = $\pi(4)$ ইঞ্চি^২ = 4π ইঞ্চি^২।

অবশিষ্ট আয়তের ক্ষেত্রফল হল $\pi(4)(8)$ ইঞ্চি^২ = 32π ইঞ্চি^২।

সমগ্র ক্ষেত্রফল :

$$4\pi \text{ ইঞ্চি}^2 + 4\pi \text{ ইঞ্চি}^2 + 32\pi \text{ ইঞ্চি}^2 = 40\pi \text{ ইঞ্চি}^2।$$

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.37 একটা ক্যান 10 ইঞ্চি উঁচু। তলার ক্ষেত্রফলের ব্যাস হল 6 ইঞ্চি। সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল বের কর।

আয়তন

Volume

একটা আয়তাকার বস্তুর আয়তন হল প্রস্থ \times দৈর্ঘ্য \times উচ্চতা।

উদাহরণ :

একটা আয়তাকার বস্তুর ধারগুলো হল 3 ইঞ্চি, 4 ইঞ্চি এবং 5 ইঞ্চি। আয়তন বের কর।

প্রস্থ হল 3 ইঞ্চি, দৈর্ঘ্য 4 ইঞ্চি এবং উচ্চতা 5 ইঞ্চি।

$$\text{আয়তন : } 3 \times 4 \times 5 \text{ ঘন ইঞ্চি (ইঞ্চি}^3\text{)} = 60 \text{ ইঞ্চি}^3।$$

অনুশীলন সমস্যা :

8.38 5 সে.মি. ধার বিশিষ্ট একটা ঘনকের আয়তন বের কর।

উদাহরণ :

একটা সিলিন্ডারের আয়তন বের কর যার উচ্চতা 8 ইঞ্চি এবং দুটো তলার ক্ষেত্রফলের ব্যাস 4 ইঞ্চি।

একটা সিলিন্ডারের আয়তন হল তলের ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা $= \pi r^2 \times h$

$r = 4/2$ ইঞ্চি $= 2$ ইঞ্চি। ব্যাসার্ধ হল ব্যাসের অর্ধেক।

$h = 8$ ইঞ্চি।

$V = \pi 2^2 \times 8$ ইঞ্চি³ বা প্রায় 32×3.14 বা 100 ইঞ্চি³ (প্রায়)।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.39 একটা সিলিন্ডারের আয়তন 290 সে.মি.³। সিলিন্ডারের তলার ব্যাসার্ধ হল 5 সে.মি.। সিলিন্ডারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

8.40 একটা সিলিন্ডারের পরিধি হল 4π ইঞ্চি। এর উচ্চতা হল 7 ইঞ্চি। সিলিন্ডারের আয়তন কত?

ত্রিকোণমিতি Trigonometry

ত্রিকোণমিতি, ত্রিভুজের বিদ্যা, গণিতের একটা প্রধান শাখা হয়েছে। এখানে আমরা শুধু ত্রিকোণমিতির প্রাথমিক ক্ষেত্রগুলোর দিকে নজর দেব, সমকোণী ত্রিভুজের ত্রিকোণমিতি।

Figure 8.18-এ, আমরা একটা সমকোণী ত্রিভুজ পাই যার দুটো কোণ 45° এর সমান। তুমি একটা কাগজের শীটকে ভাঁজ করে 45° কোণ বানাতে পার যাতে ধারগুলো (দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ) এক সাথে একটা সোজা ধারে আসে। একটা রুলারের সাহায্যে Figure 8.18-এর মত একটা পা-এর সমান্তরালে দুটো রেখা তৈরি করি।

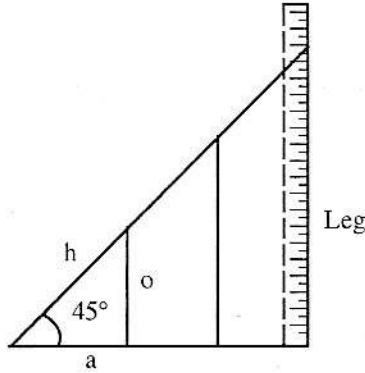


Fig-8.18

45° কোণের পরবর্তী পাটা হল সন্নিহিত, 45° কোণের বিপরীত পাটা হল বিপরীত, আর বৃহত্তম বাহুটা হল অতিভুজ। তিনটা ত্রিভুজের অতিভুজ আর পাগুলো মেপে নিচের ছকটা পূর্ণ কর।

এক ছক তৈরি কর :

নাম	সন্নিহিত	বিপরীত	অতিভুজ	o/h	a/h	o/a
-----	----------	--------	--------	-------	-------	-------

ত্রিভুজ ১

ত্রিভুজ ২

ত্রিভুজ ৩

তারপর, তোমার ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে, a/h , o/h এবং o/a নির্ণয় কর।

যদি তোমার সায়েন্টিফিক ক্যালকুলেটর থাকে, $\sin(\theta) 45^\circ$, $\cos(\theta) 45^\circ$ এবং $\tan(\theta) 45^\circ$ বের কর। সাধারণত তোমাকে আগে কোণটা চাপতে হবে : 45, cos। এগুলো হল ত্রিকোণমিতিক ফাংশন এবং তুমি সম্ভবত একই রকম উত্তর পাবে যখন তুমি এগুলোকে ত্রিভুজ থেকে পাবে।

সব 45° ত্রিভুজে এসব অনুপাত একই। অন্য সব কোণগুলোরও একই বৈশিষ্ট্য। তাই তুমি একটা ক্যালকুলেটর বা একটা ছক ব্যবহার করে ত্রিকোণমিতিক ফাংশনগুলো বের করতে পার।

SOHCAHTOA, এটা লেখা সাধারণ যা তোমাকে মনে রাখতে সাহায্য করবে একটা সমকোণী ত্রিভুজের কোন পাগুলো কোন পরিচিতি দেয়। SOH এর মানে হল $\text{sine} = \text{অতিভুজের ওপর বিপরীত}$, CAH-এর মানে হল $\text{cosine} = \text{অতিভুজের ওপর সন্নিহিত}$, আর TOA-এর মান হল $\text{tangent} = \text{সন্নিহিতের ওপর বিপরীত}$ ।

যদি তুমি একটা নির্দিষ্ট ত্রিকোণমিতিক ফাংশনের মান জান, ধর tangent , তুমি মানটাকে ক্যালকুলেটরে প্রবেশ করাও আর তারপর শিফট কী চাপ।

উদাহরণস্বরূপ, যদি cosine -এর মান হয় 0.5, কোণটা বের কর। 0.5, shift, cos থেকে পাবে 60। এটা কী সত্যি যে $\cos 60^\circ$ সমান 0.5?

উদাহরণ :

$\angle A$ এবং $\angle B$ -এর sinc , cosinc এবং tangent বের কর।

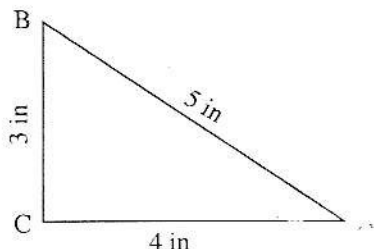


Fig-8.19

সমকোণী ত্রিভুজের সমকোণ ব্যতীত অন্য কোণগুলোর ত্রিকোণমিতির ফাংশনগুলোর জন্য একটা নীতি নির্ণয় কর।

$$\sin A = 3/5 = 0.6$$

$$\sin B = 4/5 = 0.8$$

$$\cos A = 4/5 = 0.8$$

$$\cos B = 3/5 = 0.6$$

$$\tan A = 3/4$$

$$\tan B = 4/3$$

উত্তর : একটা কোণের sine অন্য কোণের cosine-এর সমান। tangent গুলো হল বিপরীত।

অনুশীলন সমস্যাবলি :

এসব সমস্যার জন্য ক্যালকুলেটর ব্যবহার কর ।

8.41 (a) $\sin 23^\circ$, (b) $\cos 62^\circ$, (c) $\tan 55^\circ$ বের কর ।

8.42 কোণ বের কর : যখন (a) \sin -এর মান 0.5 এবং (b) \tan -এর মান

1।

8.43 Figure 8.20-এ x -এর মান বের কর ।

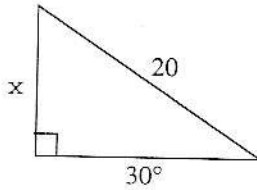


Fig-8.20

8.44 Figure 8.21 থেকে α -এর মান বের কর ।

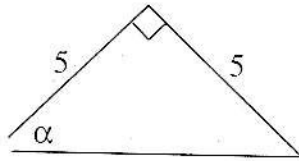


Fig-8.21

8.45 Figure 8.22-এর ফ্ল্যাগপোলটার দৈর্ঘ্য বের কর । যদি ছায়া 20 ফুট লম্বা হয় । কাছাকাছি পূর্ণ সংখ্যায় উল্লেখ কর ।

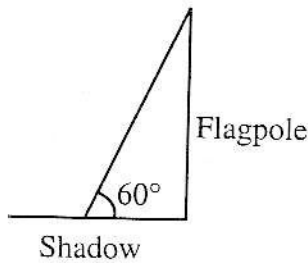


Fig-8.22

বিশ্লেষণী জ্যামিতি Analytic Geometry

গণিতের এ শাখাকে স্থানাঙ্ক জ্যামিতিও বলা হয়। কারণ বিন্দু এবং সমীকরণগুলো একটা স্থানাঙ্ক চিত্রে প্রকাশ করা হয়।

স্থানাঙ্ক ক্ষেত্র :

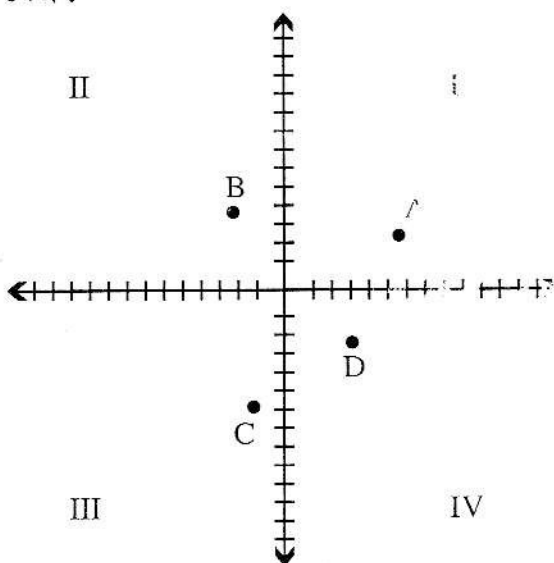


Fig-8.23

দুটো লম্বালম্বি সংখ্যা রেখা ক্ষেত্রটাকে চারটা ভাগে ভাগ করে, চতুর্ভাগ I, II, III এবং IV। অনুভূমিক সংখ্যা রেখাকে বলা হয় x-অক্ষ এবং খাড়া সংখ্যা রেখাটাকে বলা হয় y-অক্ষ। বিন্দুগুলোকে ক্ষেত্রটায় দুটো সংখ্যার (x, y) সাহায্যে প্রকাশ করা হয় আর বলা হয় ক্রমজোড়।

উদাহরণ :

নিম্নোক্ত বিন্দুগুলো স্থাপন কর :

$$A : (5, 3)$$

$$B : (-2, 4)$$

$$C : (-1, -5)$$

$$D : (3, -2)$$

Figure 8.23 ব্যবহার কর বা নিজে গ্রাফ তৈরি কর। সংখ্যা রেখাগুলোর ছেদবিন্দু, উৎস হতে শুরু কর এবং সরতে থাক। একটা ধনাত্মক x হলে ডানে যেতে হবে আর একটা ধনাত্মক y ওপরে ওঠতে বলে। একটা ঋণাত্মক x বামে যায় আর একটা ঋণাত্মক y নিচে। যদি x বা y শূন্য হয়, তুমি পাবে : “স্থির থাক।” তুমি শূন্য দিকে সরো না।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

8.46 নিম্নোক্ত বিন্দুগুলোর বসাও :

A : (0, 5)

B : (-3, 0)

C : (0, 0)

D : (6, -4)

E : (-7, 3)

F : (-4, -4)

8.47 (a) (4, 5) এবং (4, -3) বসাও। বিন্দুগুলো যোগ কর।

(b) (-2, 4) এবং (2, 4) বসাও। বিন্দুগুলো যোগ কর।

তুমি কোন উপসংহার টানতে পার যখন x সংখ্যাগুলো সমান হয়? যখন y সংখ্যাগুলো সমান হয়?

উদাহরণ :

Figure 8.23 বা তোমার নিজের গ্রাফে ফিরে যাও আর 8, 47 a-এর বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী এবং 8, 47 b-এর বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর। তুমি এদের মধ্যবর্তী বর্গগুলো গুণে বা a-তে y সংখ্যাগুলোর পার্থক্য এবং b-তে x সংখ্যাগুলোর পার্থক্য বের করে সহজেই এ দূরত্বগুলো বের করতে পার।

জ্যামিতি

অনুশীলনী সমস্যাগুলি :

8.48 বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর : (a) (5, 9) এবং (5, 5) ; (b) (5, 5) এবং (3, 5)

8.49 বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর : (a) (3, -2) এবং (3, -7) ; (b) (-4, -6) এবং (2, -6) :

যদি আমাদের একটা স্থানাঙ্ক পদ্ধতির দুটো বিন্দু দেয়া থাকে আর আমরা এদের মধ্যবর্তী দূরত্ব বের করতে চাই, আমরা একটা সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করতে পারি এবং গীথাগোরাসের উপপাদ্য ব্যবহার করতে পারি। উদাহরণস্বরূপ, (2, 3) এবং (4, -1) বিন্দুগুলো একটা সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি করে যার বাহুগুলোর 4 এবং 2 একক। বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব হল সমকোণী ত্রিভুজটার অতিভুজ, অর্থাৎ,

$$\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

উদাহরণ :

(4, -3) এবং (-2, 5) বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর।

একটা কাগজে অথবা মনে মনে একটা সমকোণী ত্রিভুজ তৈরি কর। অনুভূমিক পা হল $5 - (-3) = 5 + 3 = 8$ ।

উল্লম্ব পা হল $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$

দূরত্ব : $\sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$

দূরত্ব হল 10 একক।

অনুশীলন সমস্যাগুলি :

8.50 (0, -4) এবং (3, 0) বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর।

8.51 (-2, 6) এবং (4, 3) বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী দূরত্ব বের কর।

জ্যামিতিক বস্তুগুলোকে একটা স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় স্থাপন করে তাদের ক্ষেত্রফল বা পরিসীমা হিসেব করতে পার। বিশ্লেষণী জ্যামিতির সাহায্যে তুমি অনেক কিছুই অনুসন্ধান করতে পার, কিন্তু এখানে আমরা মাত্র কয়েকটার মাঝে সীমাবদ্ধ থাকব।

উদাহরণ :

একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষত্রয় $(-5, 0)$, $(3, 0)$ এবং $(0, 4)$

ত্রিভুজটার ভূমি হল $3 - (-5) = 8$ এবং উচ্চতা হল 4 । এটা সঠিক কিনা দেখার জন্য একটা চিত্র আঁক। ক্ষেত্রফল হল $8(4)/2$ বর্গ একক = 16 বর্গ একক।

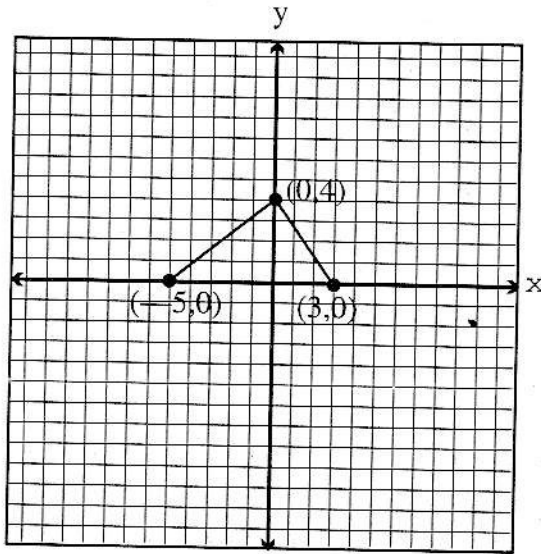


Fig-8.24

অনুশীলন সমস্যাবলি :

8.52 একটা ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষগুলো $(0, 0)$, $(10, 0)$ এবং $(5, 3)$ ।

8.53 একটা আয়তের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষগুলো $(5, 6)$, $(13, 6)$, $(5, 2)$ এবং $(13, 2)$ ।

উদাহরণ :

একটা চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষগুলো হল (2, 3), (3, 6), (10, 4) এবং (4, 2)। একটা স্থানাঙ্ক ব্যবস্থায় শীর্ষগুলো চিহ্নিত করি :

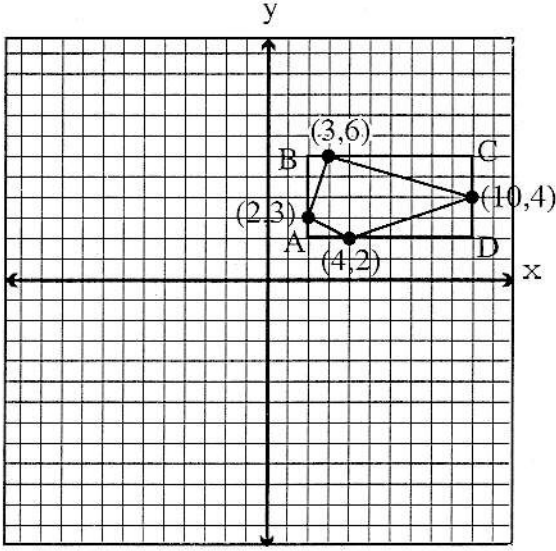


Fig-8.25

(4, 2) এবং (3, 6) বিন্দুগুলো দিয়ে অনুভূমিক রেখা অঙ্কন কর। (2, 3) এবং (10, 4) বিন্দুগুলো দিয়ে উল্লম্ব রেখা অঙ্কন কর। এখন আমরা একটা আয়ত পেলাম যেখান থেকে আমরা চারটা সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফলগুলো বাদ দিতে পারি।

ABCD আয়তের শীর্ষগুলো হল (2, 2), (2, 6), (10, 6) এবং (10, 2)।

আয়তের ক্ষেত্রফল :

$$(10 - 2) (6 - 2) = 8(4) = 32 \text{ বর্গ একক।}$$

সমকোণী ত্রিভুজগুলোর ক্ষেত্রফলসমূহ হল :

$$\text{শীর্ষ A : } 2(1)/2 = 1 \text{ বর্গ একক}$$

শীর্ষ B : $1(3)/2 = 1.5$ বর্গ একক

শীর্ষ C : $7(2)/2 = 7$ বর্গ একক

শীর্ষ D : $6(2)/2 = 6$ বর্গ একক

মোট : 15.5 বর্গ একক

চতুর্ভুজটির ক্ষেত্রফল হল :

$(32 - 15.5)$ বর্গ একক = 16.5 বর্গ একক।

অনুশীলন সমস্যা :

৪.৫৪ একটা চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল বের কর যার শীর্ষগুলো হল $(-2, 2)$, $(2, 5)$, $(8, 1)$ এবং $(-1, -2)$ ।

পরিশিষ্ট Appendix

সমীকরণসমূহের পর্যালোচনা Review of Equations

এ পরিশিষ্টের উদ্দেশ্য হল সমীকরণগুলো সম্পর্কে তোমার স্মৃতিকে সতেজ করা আর কিভাবে এদের সমাধান করা হয়েছে তা মনে করিয়ে দেয়া।

আমরা এক চলক : x বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণগুলো (এদের রৈখিক বলা হয় কারণ যখন সমীকরণটাকে গ্রাফে স্থাপন করা হয় তখন তুমি একটা সরলরেখা পাবে) দিয়ে শুরু করি। তুমি হরযুক্ত সমীকরণেরও মুখোমুখি হবে। এগুলো হতে পারে সমানুপাত, যাতে দুটো সমান ভগ্নাংশ থাকবে, যেমন $x/4 = 2/3$ অথবা অসমানুপাত, যেখানে সমীকরণটায় আরো পদ থাকবে।

সমীকরণসমূহের পরের ধাপ হল দুই চলক বিশিষ্ট : x এবং y । এদের বলা হয় যুগপৎ সমীকরণ বা সহ-সমীকরণ আর আমরা এগুলো সমাধান করে x এবং y দ্বারা উপস্থাপিত সংখ্যাগুলো বের করি।

সবশেষে, তুমি দ্বিঘাত সমীকরণের সমাধান শেখ ; এদের দ্বিঘাত বলা হয় কারণ এদের সাথে একটা বর্গ পদ, যেমন x^2 যুক্ত থাকে। এদের হয় বর্গমূল হিসেব করে সমাধান করতে হয়, যদি সমীকরণীয় শুধু বর্গকৃত পদই থাকে, অথবা উৎপাদকের সাহায্যে।

এক চলক বিশিষ্ট রৈখিক সমীকরণ Linear Equations With One Variable

যখন আমরা সমীকরণসমূহের সমাধান করি, আমরা বের করতে চাই x কোন সংখ্যার জন্য উপস্থাপিত হয়েছে। অন্যকথায়, আমরা একটা নতুন সমীকরণ চাই যেটা বর্ণনা করবে $x =$ একটা সংখ্যা।

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x + 5 = 7$

উভয়পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ করি : $x = 2$

পরীক্ষা : $2 + 5 = 7$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x - 5 = 7$

উভয়পক্ষে 5 যোগ করি : $x = 12$

পরীক্ষা : $12 - 5 = 7$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $3x = 18$ । দ্রষ্টব্য : $3x$ মানে হল 3 গুণ ।

উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করি : $x = 6$

পরীক্ষা : $3(6) = 18$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $\frac{x}{3} = 18$ । দ্রষ্টব্য : $\frac{x}{3}$ এর মানে হল x ভাগ 3 ।

উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করি । $3\left(\frac{x}{3}\right) = 3(18)$

$$x = 54$$

পরীক্ষা : $\frac{54}{3} = 18$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $22 = x + 15$ । এখানে x সমীকরণের ডান পাশে অবস্থিত,

কিন্তু কোন ব্যাপার নয় ।

উভয়পক্ষ থেকে 15 বিয়োগ করি ।

$7 = x$ অথবা $x = 7$

পরীক্ষা $7 + 15 = 22$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $2x - 11 = 7$

এখানে আমাদের দুটো কাজ করতে হবে : গুণ এবং বিয়োগ। কাজগুলো সমাধানের ক্রম হল গণিতের বিপরীত। আমরা আগে যা করা হয়েছে তার “উল্টোটা” করব।

প্রথমে উভয়পক্ষে 11 যোগ করি : $2x = 18$

2 দ্বারা ভাগ করি : $x = 9$

পরীক্ষা : $2(9) - 11 = 18 - 11 = 7$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $\frac{x}{3} + 10 = 14$

উভয়পক্ষ থেকে 10 বিয়োগ করি। $\frac{x}{3} = 4$

উভয় পক্ষকে 3 দ্বারা গুণ করি : $3\left(\frac{x}{3}\right) = 3(4)$

$x = 12$

পরীক্ষা : $\frac{12}{3} + 10 = 4 + 10 = 14$

উদাহরণ :

সমাধান কর : $\frac{2x}{3} + 5 = 15$

উভয়পক্ষ থেকে 5 বিয়োগ কর : $\frac{2x}{3} = 10$

3 দ্বারা গুণ কর : $3\left(\frac{2x}{3}\right) = 3(10)$

$2x = 30$

$x = 15$

পরীক্ষা : $\frac{2(15)}{3} + 5 = 10 + 5 = 15$

উদাহরণ :

$$40 - 7x = 60 - 5x$$

আমাদের $7x$ যোগ করা উচিত নাকি $5x$? যদি আমরা উভয়পক্ষে $7x$ যোগ করি সেটাই সহজ হবে, কারণ তাহলে আমরা x -পদের আগে একটা বিয়োগ চিহ্ন এড়াতে পারব।

$$\text{উভয় পক্ষে } 7x \text{ যোগ কর : } \quad 40 = 60 + 2x$$

$$\text{উভয়পক্ষ থেকে } 60 \text{ বিয়োগ কর : } \quad -20 = 2x$$

$$2 \text{ দ্বারা ভাগ কর : } \quad -10 = x$$

$$\text{পরীক্ষা : বামপক্ষ} = 40 - 7(-10) = 40 + 70 = 110$$

দুটো ঋণাত্মকের গুণ \rightarrow ধনাত্মক।

$$\text{ডানপক্ষ : } 60 - 5(-10) = 60 + 50 = 110$$

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } 5 + (3x - 4) = 7 - (2x - 9)$$

$$\text{বন্ধনী সরিয়ে ফেল : } \quad 5 + 3x - 4 = 7 - 2x + 9$$

$$\text{উভয়পক্ষকে সরল করে : } \quad 1 + 3x = 16 - 2x$$

$$\text{উভয়পক্ষে } 2x \text{ যোগ কর : } \quad 1 + 5x = 16$$

$$\text{উভয়পক্ষ থেকে } 1 \text{ বিয়োগ কর : } \quad 5x = 15$$

$$5 \text{ দ্বারা ভাগ কর : } \quad x = 3$$

$$\text{পরীক্ষা : বামপক্ষ} = 5 + (3(3) - 4) = 5 + 5 = 10$$

$$\text{ডানপক্ষ} = 7 - (2(3) - 9) = 7 - (6 - 9) = 7 - (-3)$$

$$= 7 + 3 = 10$$

হরবিশিষ্ট সমীকরণ

Equations With Denominators

সমানুপাত

Proportions

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } \frac{x}{4} = \frac{3}{2}$$

যে সমীকরণে শুধু দুটো সমান ভগ্নাংশ থাকে, তাকে সমানুপাত বলে। এটা সাধারণত বঙ্গগুণন দ্বারা সমাধান করা হয়।

$$2x = 4(3)$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$\text{পরীক্ষা : } \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } \frac{5}{x} = \frac{10}{4}$$

$$\text{বঙ্গগুণন কর : } 5(4) = 10x$$

$$20 = 10x$$

$$x = 2$$

$$\text{পরীক্ষা : } \frac{5}{2} = 2.5, \frac{10}{4} = 2.5$$

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } \frac{2x + 3}{12} = \frac{x}{3}$$

$$\text{বঙ্গগুণন কর : } 3(2x + 3) = 12x$$

$$6x + 9 = 12x$$

$$9 = 6x$$

$$x = \frac{3}{2}, \text{ বা, } x = 1.5$$

$$\text{পরীক্ষা : } \frac{2\left(\frac{3}{2}\right) + 3}{12} = \frac{3 + 3}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2\left(\frac{3}{2}\right)} = \frac{1}{2}$$

অসমানুপাত সমীকরণ

Non-Proportion Equations

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } \frac{x}{2} = 9 - \frac{x}{4}$$

এ সমীকরণটা সমানুপাত নয়, কারণ এতে তিনটা পদ আছে। সমানুপাতে শুধু দুটো সমান ভগ্নাংশ থাকে।

এ সমীকরণের সমাধানের জন্য আমাদের অবশ্যই লঘিষ্ঠ সাধারণ হর বের করতে হবে। যেটা এক্ষেত্রে ৪। তাহলে আমরা সবগুলো পদকে ৪ দ্বারা গুণ করি।

$$4\left(\frac{x}{2}\right) = 4(9) - 4\left(\frac{x}{4}\right)$$

$$2x = 36 - x$$

$$x \text{ যোগ করি : } 3x = 36$$

$$x = 12$$

$$\text{পরীক্ষা : } \frac{12}{2} = 6 \quad 9 - \frac{12}{4} = 9 - 3 = 6$$

উদাহরণ :

$$\text{সমাধান কর : } \frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 2$$

হরগুলোর ল.সা.গু হল 15

$$15\left(\frac{x}{3}\right) - 15\left(\frac{x}{5}\right) = 15(2)$$

$$5x - 3x = 30$$

$$2x = 30$$

$$x = 15$$

পরীক্ষা : $\frac{15}{3} - \frac{15}{5} = 5 - 3 = 2$

যুগপৎ সমীকরণ

Simultaneous Equations

শাব্দিক সমস্যাগুলো সমাধানের জন্য, আমাদের প্রায়ই দুটো চলকের প্রয়োজন

হয় : x এবং y । দুটোর সমাধানের জন্য, আমাদের দুটো সমীকরণ প্রয়োজন।

উদাহরণ :

x এবং y এর জন্য সমাধান কর :

$$x + y = 6$$

$$x - y = 2$$

সমীকরণদ্বয় যোগ কর : $2x = 8$

$$x = 4$$

$$4 + y = 6$$

$$y = 2$$

পরীক্ষা : $4 + 2 = 6$ $4 - 2 = 2$

উদাহরণ :

x এবং y -এর জন্য সমাধান কর :

$$5x - 2y = 5; \quad 3 \text{ দ্বারা গুণ কর :} \quad 15x - 6y = 15$$

$$x + 3y = 18; \quad 2 \text{ দ্বারা গুণ কর :} \quad 2x + 6y = 36$$

যোগ কর : $17x = 51$

$$x = 3$$

যে কোন একটা সমীকরণে x প্রতিস্থাপন করি :

$$3 + 3y = 18$$

$$3y = 15$$

$$y = 5$$

পরীক্ষা : $5(3) - 2(5) = 15 - 10 = 5$

$$3 + 3(5) = 3 + 15 = 18$$

বিকল্প সমাধান :

দ্বিতীয় সমীকরণকে 5 দ্বারা গুণ কর : $5x + 15y = 90$

দ্বিতীয় সমীকরণ থেকে প্রথম সমীকরণ বিয়োগ কর : $17y = 85$

$$y = 5$$

$$5x - 2(5) = 5$$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

উদাহরণ :

x এবং y এর জন্য সমাধান কর :

$$y = x + 3$$

$$2x + y = 9$$

আমরা প্রথম সমীকরণটাকে পুনরায় লিখতে পারি $-x + y = 3$, কিন্তু প্রথম সমীকরণটা দ্বিতীয় সমীকরণে প্রতিস্থাপন করাই সহজ :

$$2x + x + 3 = 9$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

পরীক্ষা : $2(2) + 5 = 4 + 5 = 9$

দ্বিঘাত সমীকরণ

Quadratic Equations

কখনো কখনো আমাদের সমীকরণগুলোতে x^2 পদ থাকে। যদি কোন x পদ না থাকে, তাহলে আমরা উভয় পক্ষের বর্গমূল করে সমীকরণটার সমাধান করতে পারি।

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x^2 = 25$

$$x = \pm \sqrt{25}$$

$$x = \pm 5$$

x পদটা হতে পারে 5 অথবা -5 । একটা শাব্দিক সমস্যায় আমাদের অবশ্যই নিশ্চিত হতে হবে আমরা ঋণাত্মক উত্তর ব্যবহার করতে পারি কিনা। উদাহরণ স্বরূপ, যদি সমস্যাটা এরকম হয় : একটা পূর্ণ সংখ্যার বর্গ 25, আমাদের -5 বাদ দিতে হবে, কারণ পূর্ণ সংখ্যাগুলো হল 0, 1, 2, 3,। কিন্তু যদি সমস্যাটা এরকম হয় : একটা অখণ্ড সংখ্যার বর্গ হল 25, তাহলে উত্তর হবে 5 এবং -5 দুটোই।

প্রায়ই একটা দ্বিঘাত সমীকরণে x পদ থাকে। এসব সমীকরণ উৎপাদক বা সূত্রের সাহায্যে সমাধান করতে হয়। আমরা এখানে সূত্র ব্যবহার করছি না।

উৎপাদকের জন্য, আমাদের সবগুলো পদকে এক পাশে আনা প্রয়োজন। এদের বাম পাশে আনাই সহজ। তারপর আমরা ধ্রুবক পদটার দিকে নজর দেব, নিম্নোক্ত উদাহরণে $+5$ । আমাদের দুটো অখণ্ড সংখ্যা প্রয়োজন যাদের গুণফল হল $+5$ । এখানে আমাদের অনুমান করতে হবে -1 এবং 5 । তারপর আমরা প্রাপ্ত সংখ্যা দুয়কে যোগ করি। এদের যোগফল কী x -এর সহগের (অর্থাৎ, x -এর আগের সংখ্যা) সমান হয়? এক্ষেত্রে : $-1 + (-5) = -6$ ।

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x^2 - 6x + 5 = 0$

উৎপাদক : $(x - 5)(x - 1) = 0$

এ উক্তিটা সত্য, যদি প্রতিটা উৎপাদক শূন্য হয়।

প্রতিটি উৎপাদকের জন্য 0 ধরি।

$$x - 5 = 0$$

$$x - 1 = 0$$

$$x = 5$$

$$x = 1$$

উত্তর : x হতে পারে 5 অথবা 1।

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x^2 - 6x + 9 = 0$

উৎপাদক : $(x - 3)(x - 3) = 0$

$$x - 3 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 3$$

দুটো সমাধানই হল 3।

উদাহরণ :

সমাধান কর : $x^2 + x - 2 = 0$

উৎপাদক : $(x - 1)(x + 2) = 0$

$$x - 1 = 0$$

$$x + 2 = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -2$$

পরীক্ষা : যদি $x = 1$ হয় তাহলে $1^2 + 1 - 2 = 0$

যদি $x = -2$ হয় তাহলে $(-2)^2 + (-2) - 2 = 4 - 2 - 2 = 0$

উত্তর : $x = 1$ অথবা $x = -2$.

অনুশীলন সমব্যাবলির উত্তরসমূহ
Answers to Practice Problems

অধ্যায়-1

1.1 $x + x + 10 = 20$

$$x = 5$$

$$x + 10 = 15$$

টুকরোগুলো 5 ইঞ্চি এবং 15 ইঞ্চি।

1.2 টুকরোগুলো 3, 4 এবং 5 ফুট।

1.3 টুকরোগুলো 3 এবং 6 ফুট।

1.4 ধরি, টুকরোগুলো x , $2x$ এবং $2x + 10$

এগুলো হল 14, 28 এবং 38 ইঞ্চি।

1.5 $x + x + 50\%x = 275$

$$2.5x = 275$$

$$x = 110$$

$$1.5x = 165$$

দড়িগুলো 110 এবং 165 গজ লম্বা।

1.6 এলসার বয়স 14 বছর আর থরের 21 বছর।

1.7 দাদির বয়স 84 বছর।

1.8 যদি জেসিকার বয়স x হয়, মায়ের বয়স $x + 28$,

আর দাদির বয়স $2(x + 28)$

$$x + x + 28 + 2(x + 28) = 100$$

$$x = 4$$

দাদির বয়স $2(4 + 28) = 64$ বছর।

1.9 $2E = 3L \rightarrow 2E - 3L = 0$

$$E + L = 65 \rightarrow 3E + 3L = 195$$

$$5E = 195$$

$$E = 39$$

$$L = 65 - 39 = 26$$

উত্তর : এরিকের বয়স 39 বছর এবং লুকাসের বয়স 26 বছর।

- 1.10 মাইকেলের বয়স 12 বছর।
- 1.11 সংখ্যাটা হল 26।
- 1.12 সূর্যোদয় হয়েছিল 7 : 48 a.m. এ।
- 1.13 পানির উচ্চতা ছিল 67.2 ফুট।
- 1.14 জনসংখ্যা ছিল 503।
- 1.15 জোয়ালের ওজন ছিল 133 পাউন্ড।
- 1.16 $-6 > -10$
- 1.17 $x \geq 18$
- 1.18 $x \geq 8$
- 1.19 7, 9, 11, 13, 15
- 1.20 $-6, -4, -2$
- 1.21 $-2, -1, 0, 1, 2$
- 1.22 প্রথম অখণ্ড পূর্ণসংখ্যা হল 10।
- 1.23 6 এবং 8 এর গুণফল হল 48।
- 1.24 ধরি, অখণ্ড পূর্ণসংখ্যাগুলো $x, x + 2$ এবং $x + 4$
 $6x = 5(x + 2)$
 $x = 10$
 বৃহত্তম অখণ্ড সংখ্যাটি হল 14।
- 1.25 সংখ্যাগুলো হল 45, 46, 47 এবং 48।
- 1.26 ধরি, সংখ্যাগুলো $x, x + 2, x + 4$
 $3x = x + 2 + x + 4$
 সংখ্যাগুলো 6, 8 এবং 10।
- 1.27 প্রথম বিজোড় অখণ্ড সংখ্যা হল 7।
- 1.28 জোড় অখণ্ড সংখ্যাগুলো হল 4, 6 এবং 8।
- 1.29 ধরি, পূর্ণসংখ্যা y , এবং $x + 1$
 $x(x + 1) = 20$
 $x^2 + x - 20 = 0$

$$(x + 5)(y - 4) = 0$$

$$x + 5 = 0$$

$x = -5$ বাতিল : x একটা ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা।

$$x - 4 = 0$$

$$x = 4$$

$$x + 1 = 5$$

ক্রমিক ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা দ্বয় হল 4 এবং 5।

$$1.30 \quad x(x + 4) = 5$$

$$x = -5$$

$$x = 1$$

$$x + 4 = -1$$

$$x + 4 = 5$$

সংখ্যাগুলো -5 এবং -1 অথবা 1 এবং 5 ।

1.31 অখণ্ড সংখ্যাগুলো হল -5 এবং -3 অথবা 3 এবং 5 ।

1.32 অখণ্ড সংখ্যাগুলো হল 9 এবং 27 অথবা -9 এবং -27 ।

1.33 সংখ্যাগুলো হল -22 এবং -20 অথবা 20 এবং 22 ।

অধ্যায়-2

2.1 $1/300$

2.2 $9 \cdot 200$ বা $0 \cdot 045$

2.3 $0 \cdot 00006$

2.4 $0 \cdot 017$

2.5 4

2.6 300

2.7 $0 \cdot 1875$

2.8 525

2.9 $0 \cdot 4$

2.10 $0 \cdot 2\%$

- 2.11 0.56%
- 2.12 1200%
- 2.13 80%
- 2.14 $66\frac{2}{3}\%$ বা 66.67%
- 2.15 50,000%.
- 2.16 25%
- 2.17 6350
- 2.18 1050
- 2.19 80%
- 2.20 700 ডলার
- 2.21 120 ডলার
- 2.22 350
- 2.23 80 ডলার
- 2.24 3000 ডলার
- 2.25 11.50 ডলার
- 2.26 2.88%
- 2.27 50%
- 2.28 15.5%
- 2.29 16.4%
- 2.30 265,000 ডলার
- 2.31 31.50 ডলার
- 2.32 5%
- 2.33 5%
- 2.34 127.50 ডলার
- 2.35 200.60 ডলার

- 2.36 100 ডলার
- 2.37 180 ডলার
- 2.38 15.33%
- 2.40 দুটোর মূল্যই এক : 200 ডলার।
- 2.41. তুমি 42 ডলার প্রদান কর ; ক্রম কোন ব্যাপার নয়।
- 2.42 153 ডলার
- 2.43 89.76 ডলার
- 2.44 12.2%
- 2.45 653
- 2.46 (a) 2% (b) 2 বছর
- 2.47 6%
- 2.48 501.88 ডলার
- 2.49 502.85 ডলার
- 2.50 21,333.33 ডলার
- 2.51 3.12 ডলার
- 2.52 $1000 + 1000 (10\%) (1/12) = 1008.33$
 $1008.33 + 1008.33 (10\%) (1/12) = 1016.73$
 $1016.73 + 1016.73 (10\%) (1/12) = 1025.20$
 $1025.20 - 1000 = 25.20$
 উত্তর : সুদ ছিল 25.20 ডলার।
- 2.53 $500 (1 + 2\% \div 12)^{12} = 510.09$
 উত্তর : 510.09 ডলার - 500 ডলার = 10.09 ডলার
- 2.54 $700 (1 + 1.5\% \div 365)^{365} = 710.58$ ডলার
 উত্তর : 710.58 ডলার

- 2.55 $12,000 (1 + 12\%)^4 = 18,882.23$
 $18,882.23 - 12,000 = 6,882.23$
 উত্তর : বারবারার ঋণ 6,882.23 ডলার
- 2.56 $6800 (1 + x\%)^5 = 10,000$
 $(1 + x\%)^5 = 1.4706$
 সত্যি উক্তিটা পাবার আগে পর্যন্ত 6, 7, 8, 9 দ্বারা x কে প্রতিস্থাপন করি।
 $(1 + 8\%)^5 = 1.4693$, যেটা প্রায় 1.47।
- 2.57 দৈনিক : $1500 (1 + 0.5\%)^3 = 1522.61$
 সুদ = $1522.61 - 1500 = 22.61$
 ক্রেডিট ইউনিয়ন : $1500 (1 + 2.72\% \div 4)^{12} = 1627.08$
 সুদ = $1627.08 - 1500 = 127.08$
 $127.08 - 22.61 = 104.47$
 উত্তর : ক্রেডিট ইউনিয়ন 104.47 ডলার বেশি দেয়।
- 2.58 কেনা : 100×10 ডলার = 1000 ডলার
 বিক্রি : 100×12.05 ডলার = 1205 ডলার
 লভ্যাংশ : 4×1.25 ডলার = 5 ডলার
 আয় : 1205 ডলার + 5.00 ডলার - 1000 ডলার = 210 ডলার
- 2.59 (a) $7 \times 10 \times 15 = 1050$ ডলার
 (b) $10 \times 100 = 1000$ ডলার
 (c) $15/50 = 30\%$
- 2.60 খরচ + মূল্য বৃদ্ধি = 70 ডলার
 বিক্রয় মূল্য : 70 ডলারের $0.85 = 59.50$ ডলার
 মুনাফা : 9.50 ডলার
- 2.61 খরচ : $60/1.2 = 50$
 বিক্রয় মূল : 50 এর $0.8 = 40$
 বিক্রয় মূল্য হল 40 ডলার।

অধ্যায়- 3

- 3.1 যদি এলসার বয়স x হয়, থরের হল $x + 7$
 সমীকরণ : $x + x + 7 = 35$
 এলসার বয়স 14 বছর আর থরের 21 বছর।
- 3.2 আমার বয়স x বছর আর আমার বাবার $x + 41$,
 $x + 41 - 8 = 3(x + 5)$
 $x = 9$, আমার বয়স 9 বছর।
আজ 5 বছর আগে
- 3.3
- | | | |
|------|------|----------|
| লিন | x | $x - 5$ |
| পিতা | $4x$ | $4x - 5$ |
- $4x - 5 = 7(x - 5)$
 $x = 10$, লিনের বয়স 10 বছর।
- 3.4 $E + C + F = 61$
 $E = C + 5$
 $F = 6C$
 $C + 5 + C + 6C = 61$
 $8C = 56$
 $C = 7$ কার্লের বয়স 7 বছর।
- 3.5 x বছর পর : $6 + x + 3 + x + 1 + x = 0.8(40 + x)$
 $3x + 10 = 32 + 0.8x$
 $2.2x = 22$
 $x = 10$; 10 বছর পর।
- 3.6 ইভার বয়স 44 বছর।
- 3.7 সুসানের বয়স 12 বছর এবং জ্যাকের বয়স 15 বছর।

3.8 যদি কার্লার বয়স হয় x বছর, তাহলে গ্লেন হল $x + 6$ বছরের।

$$2(x + 6) + x = 57$$

$$x = 15; \quad x + 6 = 21$$

কার্লার বয়স 15 বছর আর গ্লেনের 21 বছর।

3.9 মেরির বয়স 18 বছর আর রে-এর বয়স 8 বছর।

$$3.10 \quad 5R - 3S = S$$

$$R = S - 2$$

সিগের বয়স 10 বছর আর রে-এর 8 বছর।

$$3.11 \quad A + V = 15$$

$$V = \frac{1}{2}A \Rightarrow 2V = A$$

$$2V + V = 15$$

$$3V = 15$$

$V = 5$, ভিষ্টরের বয়স 5 বছর আর অ্যাডামের 10 বছর।

3.12 ইনা, মিনা, আর মো-এর বয়স যথাক্রমে 24, 36 এবং 42 বছর।

3.13 যদি মার্কেঁর বয়স x এবং মিন্ডির বয়স y বছর হয়,

$$\text{তাহলে, } x + y = 84 \text{ এবং } 3x = 4y$$

মার্কেঁর বয়স 48 বছর এবং মিন্ডির বয়স 36 বছর।

3.14 জিম এবং জনের বয়স যথাক্রমে $3x$ এবং $7x$.

$$4(3x) = 7x + 40$$

$$x = 8$$

জিমের বয়স $3(8) = 24$ বছর

জনের বয়স $7(8) = 56$ বছর

3.15 ডেভিডের বয়স এখন 8 বছর।

3.16 মায়ের বয়স এখন 38 বছর।

3.17 এলেনের বয়স 10 বছর।

- 3.18 জনের বয়স 9 বছর আর এডের 17 বছর ।
- 3.19 জিঞ্জারের বয়স 8 বছর ।
- 3.20 বেভের বয়স x এবং রনের $x + 6$ ।
 $2(x + 10) + 1 = 3(x - 3)$
 $x = 30$
 বেভের বয়স 30 বছর এবং রনের বয়স 36 বছর ।
- 3.21 ফিলের বয়স 27 বছর ।
 - 27 বাদ যাবে কারণ বয়স ঋণাত্মক হতে পারে না ।
- 3.22 রোনাল্ডের বয়স 20 এবং লিজের 22 বছর । ঋণাত্মক উত্তরগুলো বাদ যাবে ।
- 3.23 প্রথম মেয়ের বয়স 23 বছর ।
- 3.24 প্রথম পূর্ণবর্গ বা নিখুঁত বর্গ হল $45^2 = 2025$ । 2025-এ গণিতবিদের বয়স হবে 45 বছর । 2006-এ তার বয়স হবে $2025 - 2006 = 19$ বছর ছোট বা $45 - 19 = 26$ বছর । 2006-এ গণিতবিদের বয়স হবে 26 বছর ।
- 3.25 $S = L + 5$
 $L^2 + 2S = 58$
 $L^2 + 2L - 48 = 0$
 $(L + 8)(L - 6) = 0$
 $L = -8$ বাদ যাবে
 $L = 6$ লুসির বয়স 6 বছর ।

অধ্যায়-4

- 4.1 40টা 3.85 ডলারের স্ট্যাম্প এবং 10টা 80 সেন্টের স্ট্যাম্প ।
- 4.2 20টা নিকেল এবং 40টা ডাইম ।
- 4.2 32টা নিকেল এবং 14টা ডাইম ।
- 4.4 25টা সিকি এবং 2টা ডাইম ।

$$4.5 \quad 20\%x + 50\% (80) = (80 + x) 45\%$$

$$20x + 50 (80) = (80 + x) 45$$

$$x = 16$$

20% দ্রবণের 16 লিটার।

$$4.6 \quad \begin{array}{lll} 60 \text{ আউন্স} & 20\% & 60(20\%) \\ x \text{ আউন্স} & 100\% & 100x\% \\ 60 + x \text{ আউন্স} & 40\% & (60 + x) 40\% \end{array}$$

$$60 (20\%) + 100\%x = (60 + x) 40\%$$

$$100 \text{ দ্বারা গুণ কর :}$$

$$60(2) + 100x = (60 + x) 40$$

$$x = 20$$

20 আউন্স বিশুদ্ধ এসিড যোগ কর।

$$4.7 \quad \text{মদে } 19\% \text{ (প্রায়) বেদনার জুস আছে :}$$

$$4.7 \quad 5 \text{ লিটার পানি।}$$

$$4.9 \quad 3 \text{ লিটার পানি।}$$

$$4.10 \quad 67 \text{ কোয়ার্ট (প্রায়)।}$$

$$4.11 \quad 3.5 \text{ লিটার পানি যোগ করতে হবে।}$$

$$4.12 \quad 60 \text{ গ্রাম নিকেল}$$

$$4.13 \quad \begin{array}{lll} 300 \text{ গ্রাম} & 14 \text{ ক্যারেট} & 300(14) \\ x \text{ গ্রাম} & 24 \text{ ক্যারেট} & 24x \\ 300 + x & 18 \text{ ক্যারেট} & 18(300 + x) \end{array}$$

$$300(14) + 24x = 18 (300 + x)$$

$$300(14) + 24x = 18 (300 + x)$$

$$x = 200$$

200 গ্রাম বিশুদ্ধ সোনা যোগ করতে হবে।

$$4.14 \quad \text{একটা মুরগির 2টা পা এবং ভেড়ার 4টা পা থাকে।}$$

$$\text{মোট মাথার সংখ্যা : } x + y = 22$$

মোট পায়ের সংখ্যা : $2x + 4y = 58$

সমীকরণদ্বয়ের সমাধান করি :

$x = 15$ এবং $y = 7$, মুরগি 15টা আর ভেড়া 7টা।

4.15 সালমার 60টা 10 ডলারের বিল আছে।

4.16 20 ডলারের বিল ছিল 7টা।

4.17 $2x + 3(x - 50) = 1450$

$$x = 320$$

একটা বড়দের টিকেটের মূল্য ছিল 320 ডলার।

4.18 $5g + 4c = 170$

$7y + 4c = 130$

$$g = 10$$

$$c = 15$$

গামের জন্য 10 সেন্ট আর চকোলেটের মূল্য 15 সেন্ট।

4.19 40 নিয়মিত ঘণ্টা + 7 ঘণ্টা ওভারটাইম = 390 ডলার

42 নিয়মিত ঘণ্টা + 8 ঘণ্টা ওভারটাইম = 416 ডলার

কেলির ওভারটাইম হার ঘণ্টায় 10 ডলার

4.20

	অর্থের পরিমাণ	শতকরা	সুদ
CD	x	1.20%	$1.2x\%$
বন্ড	$3000 - x$	3%	$\frac{3\% (3000 - x)}{72 \text{ ডলার}}$

$$1.2x\% + 3\% (3000 - x) = 72$$

উভয়পক্ষকে 100 দিয়ে গুণ করি।

$$1.2x + 9000 - 3x = 7200$$

$$x = 1000$$

$$3000 - 1000 = 2000$$

পল বন্ডে 2000 ডলার বিনিয়োগ করেছিল।

অধ্যায়-5

5.1 5 মিনিট : 60 মিনিট = 1 : 12

5.2 $3x + 4x = 21$

$$x = 3$$

$$3x = 9$$

$$4x = 12$$

টুকরোগুলো 9 এবং 12 ইঞ্চি।

5.3 3 জন মহিলা + 7 জন পুরুষ = মোট 10 জন

4680 জনের মধ্যে পুরুষ 4680 এর $7/10 = 3276$ জন

4680 জনের মধ্যে মহিলা 4680 এর $3/10 = 1404$ জন

পুরুষের সংখ্যা 3276 জন এবং মহিলার সংখ্যা 1404 জন।

5.4 16 ছাত্র + 1 অধ্যাপক = মোট 17 জন

3400 এর $1/17 = 200$

খেলাটিতে 200 অধ্যাপক ছিল।

5.5 8 জন মহিলা, 20 জন লোক, 12 জন পুরুষ

পুরুষ : মহিলা = $12 : 8 = 3 : 2$

পুরুষ এবং মহিলার অনুপাত 3 : 2।

5.6 462 মাইল।

5.7 $\frac{48}{6} = \frac{256}{y}$

$x = 32$ সেন্ট।

5.8 9 ইঞ্চি

5.9 20

5.10 100 গুণ

5.11 $\frac{x}{6} = \frac{48}{8}$

$x = 36$

ফ্লাগ পোলটার উচ্চতা 36 ফুট।

- 5.12 42 ইঞ্চি।
- 5.13 $\frac{3}{4}$ পাউন্ড।
- 5.14 18 কাপ।
- 5.5 $\frac{1}{2}$ পাইন্ট।
- 5.16 4.5 ফুট।
- 5.17 $13\frac{5}{6}$ বছর।
- 5.18 80 বার।
- 5.19 80 বর্গগজ।
- 5.20 1760 গজ।
- 5.10 5 পাউন্ড পীচ ফল,
 $2\frac{2}{9}$ কাপ অ্যাপ্রিকট জ্যাম।
- 5.22 1296 ইঞ্চি²।
- | | | | | | | |
|------|--------------|---------|------------|----------------|----------------|-----------------|
| 5.23 | একক | চা চামচ | টেবিল চামচ | কাপ | পাইন্ট | কোয়ার্ট |
| | 1 চা চামচ | | | $\frac{1}{48}$ | $\frac{1}{96}$ | $\frac{1}{192}$ |
| | 1 টেবিল চামচ | | | | | $\frac{1}{64}$ |
| | 1 পাইন্ট | 96 | 32 | | | |
- 5.24 25 টেবিল চামচ = $\frac{25}{16}$ কাপ = $\frac{19}{16}$ কাপ
- 5.25 7 ক্যান
- 5.26 14 টেবিল চামচ বাকি।
- 5.27 $3\frac{1}{8}$ পাইন্ট
- 5.28 4500 গ্রাম।
- 5.29 380 সে.মি.।
- 5.30 80 মিটার।
- 5.31 3.890 কিলোগ্রাম
- 5.32 1.5 ডেসিমি.।
- 5.33 1.50 সে.মি.²।

- 5.34 5 মি.মি.²।
- 5.35 75 সে.মি.²।
- 5.36 3000 ডেসিমি.³।
- 5.37 5000 সে.মি.³।
- 5.38 50 সে.লি.।
- 5.39 3 ডেসিমি.।
- 5.40 20 ক্ষুদ্র একক।
- 5.41 $0.15 \text{ মি.} \times 0.12 \text{ মি.} = 15 \text{ সে.মি.} \times 12 \text{ সে.মি.}$ ।
- 5.42 $100 \times 125 \text{ মি.মি.} = 12500 \text{ মি.মি.} = 12.5 \text{ মি.}$ ।
- 5.43 $3 \times 200 \text{ মি.মি.} = 600 \text{ মি.মি.} = 60 \text{ সে.মি.}$
- 5.44 $1 \text{ কাপ} = 1/4 \text{ কোয়ার্ট} = 0.946 \text{ লিটার} / 4 = 9.46 \text{ ডেসিলি.} / 4 = 2.4 \text{ ডেসিলি. (প্রায়)}$
- 5.45 $3.4 \text{ কিলোগ্রাম} = 76.48 \text{ পাউন্ড}$
 $51 \text{ সে.মি.} = 20 \text{ ইঞ্চি}$
- 5.46 3.57 আউন্স
- 5.47 29.9 ইঞ্চি
- 5.48 11.6 সেন্ট
- 5.49 5 মি.মি./সেকেন্ড।
- 5.50 40 কি.মি./ঘণ্টা।
- 5.51 1.17 ডলার
- 5.52 1640 ফুট
- 5.53 (a) – 40, (b) 32, (c) 50, (d) 212
- 5.54 (a) – 40, (b) – 23, (c) 0, (d) 100
- 5.55 বেবিসটার ভেবেছিল তাপমাত্রা সেলসিয়াস ডিগ্রিতে মাপা হয়েছে, ফারেনহাইটে নয়। $100^\circ\text{C} = 212^\circ\text{F}$. ফুটন্ত পানির তাপমাত্রা!

অধ্যায়-6

- 6.1 4 মাইল/ঘণ্টা
- 6.2 তারা 2 ঘণ্টা পর, কার্লের বাড়ি থেকে 30 মাইল দূরে মিলিত হয়।

6.3 গতিগুলো হল 50 এবং 66 মাইল/ঘণ্টা।

6.4	হার	সময়	দূরত্ব
	ওঠা $3.3/5 = 0.66$ মা./ঘণ্টা	5 ঘণ্টা	3.3 মাইল।
	নামা $3.3/1.5 = 2.2$ মা./ঘণ্টা	$1\frac{1}{2}$ ঘণ্টা	3.3 মাইল

হারগুলোর মধ্যে পার্থক্য 1.54 মাইল/ঘণ্টা।

6.5 মোট ভ্রমণ : 400 মাইল
 $200/45$ ঘণ্টা = 4.4 ঘণ্টা
 $200/55$ ঘণ্টা = 3.6 ঘণ্টা
 মোট সময় : 8 ঘণ্টা

গড় গতি : $\frac{400}{8}$ মাইল / ঘণ্টা = 50 মাইল/ঘণ্টা

6.6 গাড়িটা কর্দমাস্ত রাস্তায় 1 ঘণ্টা ধরে চলে।

6.7 তারা $1\frac{2}{7}$ ঘণ্টা বা 1 ঘণ্টা 17 মিনিট পর মিলিত হয়।

তখন সময় ছিল 11 : 57

6.8	হার	সময়	দূরত্ব
	পুরনো r	d/π	d
	নতুন $1.2r$	$9/12d /r$	0.9d

নতুন সময় পুরোন সময়ের $3/4$, বা 25% কম।

6.9 স্থির পানিতে হার : 6 মাইল/ঘণ্টা

স্রোতের হার : 2 মাইল/ঘণ্টা

6.10 স্থির বাতাসে গতি : 525 মাইল/ঘণ্টা

বাতাসের গতি : 75 মাইল/ঘণ্টা

6.11 2 ঘণ্টা

6.12 40 মিনিট

$$6.13 \quad \frac{2}{3} + \frac{2}{x} = 1$$

$$x = 6$$

কাজটা একা করতে জোনাসের 6 ঘণ্টা লাগবে।

6.14	হর	সময়	কাজ
A + B	1/12	8 ঘণ্টা	8/12
C	1/x	8 ঘণ্টা	8/x
A + B + C	1/8	8 ঘণ্টা	1

$$8/12 + 8/x = 1$$

$$x = 24$$

বিকল্প সমাধান :

$$1/12 + 1/x = 1/8$$

$$2x + 24 = 3x$$

$$x = 24$$

কাজটা একা করতে কার্লের 24 ঘণ্টা লাগে।

6.15 120 মিনিট

6.16 3টা রোবোট 17টা গাড়ি 10 মিনিটে

1টা রোবোট 17/(30) গাড়ি/মিনিট

14টা রোবোট 14(17) / 30 গাড়ি / মিনিট

14টা রোবোট 14(17) 45 / 30 গাড়ি/মিনিট

14টা রোবোট 357 টা গাড়ি জোড়া লাগাতে পারে।

6.17 20 মিনিট।

6.18 3 ঘণ্টা।

6.19 $x/12 - x/30 = 1$

$$x = 20$$

এতে 20 মিনিট লাগে।

অধ্যায়-7

7.1	গড়	(a) 5	(b) 8 (প্রায়)	(c) -4 (প্রায়)
	মধ্যক	6	8	-4
	প্রচুরক	1 এবং 7	8	-5
	সীমা	8	4	7

$$7.2 \quad \frac{12 \times 25 + 13 \times 20}{25} = \frac{560}{25} = 22.4$$

7.3 23 (প্রায়)

7.4 24 (প্রায়)

7.5 34.5

7.6 দণ্ড রেখাচিত্র এবং পুনরাবৃত্তি বহুভুজের আকৃতি তোমার পাওয়া হেডের পুনরাবৃত্তির ওপর নির্ভর করে।

7.7 গড় 38.3

মধ্যক 37

প্রচুরক নেই

সীমা 52

7.8 গড় 7.8

মধ্যক 8

প্রচুরক 8

সীমা 4

7.9 দিনের সংখ্যা পুনরাবৃত্তি

0 2

1 5

2 6

3 3

4 2

5 1

6 1

গড় 2.25

মধ্যক 2

সীমা 6

7.10 গড় 5.7

মধ্যক 5.5

সীমা 5

- 7.11 (a) শিক্ষকদের জন্য বেতন $\frac{52\% \times 4.3}{709}$ মিলিয়ন = 3154
 (b) ভবনসমূহের রক্ষণাবেক্ষণ $\frac{26\% \times 4.3}{709}$ মিলিয়ন = 1577 ডলার
- 7.12 পুরুষ + মহিলা, 65 বছরের বেশি : 1,543,332
 মোট জনসংখ্যা : 8,837,496
 $\frac{1,543,332}{8,837,496} \times 360^\circ = 63^\circ$
- 7.13 (a) 125,000 ডলার (b) 75,000 ডলার
- 7.14 (a) $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ (b) $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ (c) $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$
- 7.15 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ বা, 0.6
- 7.16 24 ঘণ্টায় মোট মিনিটের সংখ্যা : 1440 মিনিট। সমান অঙ্কগুলো :
 1·11, 2·22, 3·33, 4·44, 5·55, 11·11। 11·11 একবার ঘটে।
 অন্যগুলো 24 ঘণ্টায় 2 বার।
 সম্ভাব্যতা : $\frac{11}{1440} = 0.0076$ বা 0.76%
- 7.17 $\frac{1}{52}$
- 7.18 $\frac{6}{52} = \frac{3}{26}$, বা, 11.53%
- 7.19 (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (c) $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ (d) 0
- 7.20 (a) $\frac{1}{8}$, (b) $\frac{3}{8}$ (c) $\frac{1}{8}$
- 7.21 (a) $\frac{25}{84}$, (b) $\frac{40}{84} = \frac{10}{21}$ (c) $\frac{29}{84}$
- 7.22 3 : 3 = 1 : 1
- 7.23 3 : 3 = 1 : 1
- 7.24 $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
- 7.25 30% × 30% = 9%

$$7.26 \quad \frac{1}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$$

$$7.27 \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

$$7.28 \quad (a) \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{81} \quad (b) \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{1}{6}$$

$$7.29 \quad \frac{7}{25} + \frac{10}{25} = \frac{17}{25}$$

$$7.30 \quad \frac{4}{52} + \frac{4}{52} = \frac{8}{52} = \frac{2}{13}$$

$$7.31 \quad \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$7.32 \quad \frac{6}{36} + \frac{3}{36} - \frac{1}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

$$7.33 \quad \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$7.34 \quad \frac{1}{6} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$$

$$7.35. \quad 534 \times 216 = 115,344 \text{ জোড়া}$$

$$7.36 \quad (3) (3) (3) = 27$$

$$7.37 \quad 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120 \text{ উপায়}$$

$$7.38 \quad (2) (3) (2) (1) = 12$$

$$7.39 \quad (3) (2) (1) (1) = 6$$

$$7.40 \quad \text{CIRCLE-এ 6টা বর্ণ আছে কিন্তু 2টা একই।}$$

$$\text{বিন্যাসের সংখ্যা } \frac{6!}{2!} = 360$$

$$7.41 \quad \{2, 4, 6, \dots\}$$

$$7.42 \quad (a) \text{ ফাঁকা সেট } \{ \} \text{ বা } \phi$$

$$(b) \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$$

$$7.43 \quad 36 \text{ জন ছাত্র জার্মান নিয়েছে।}$$

$$7.44 \quad 14 \text{ জন লোক গান এবং নাচ দুটোই পারে।}$$

$$7.45 \quad 20\text{টা গাড়িতে এয়ারব্যাগ এবং কার ফোন দুটোই আছে।}$$

অধ্যায়-৪

- | 8.1 | পূরক | সম্পূরক |
|-----|------------|-------------|
| (a) | 45° | 135° |
| (b) | 60° | 150° |
| (c) | 0° | 90° |
| (d) | 23° | 113° |
| (e) | 15° | 105° |
- 8.2 প্রস্থ = 7 সে.মি., দৈর্ঘ্য = 14 সে.মি.
- 8.3 প্রস্থ = 7 একক, দৈর্ঘ্য = 13 একক
- 8.4 প্রস্থ = 13 সে.মি., দৈর্ঘ্য = 18 সে.মি.
- 8.5 20 ইঞ্চি।
- 8.6 দৈর্ঘ্য = 4.5 ইঞ্চি, প্রস্থ = 3 ইঞ্চি
- 8.7 14.4 ইঞ্চি
- 8.8 13 সে.মি., 26 সে.মি. এবং 21 সে.মি.
- 8.9 36 ইঞ্চি
- 8.10 20-25 ইঞ্চি²।
- 8.11 $x^2 = (x + 2)(x - 1)$
 $x = 2$
ক্ষেত্রফল 4 ইঞ্চি²।
- 8.12 $2x + 2y = 24$
 $3x \times 2y = 160 + xy$
 $xy = 32$
 $y = 12 - x$
 $x(12 - x) = 32$
 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 8)(x - 4) = 0$
 $x = 8$ $x = 4$
 $y = 4$ $y = 8$
বাহুগুলো 4 ইঞ্চি এবং 8 ইঞ্চি।

8.13 আয়তনের ক্ষেত্রফল : $11 \cdot 2 \times 6 = 67 \cdot 2$

$$\frac{67 \cdot 2 - 64}{64} = 5\%$$

ক্ষেত্রফল 5% বড়।

8.14 8 ইঞ্চি।

8.15 $\frac{5b}{2} = 30$

$b = 12$ ইঞ্চি

8.16 10 একক

8.17 25 একক

8.18 ক্ষেত্রফল হল 6 ইঞ্চি²।

$$\frac{3b}{2} = 6$$

$b = 4$

এটা একটা সমকোণী ত্রিভুজ যার পা দুটো হল 3 ইঞ্চি এবং 4 ইঞ্চি।

8.19 $\sqrt{65 - 49} = \sqrt{16} = 4$

পাটা হল 4 একক।

8.20 $\sqrt{20^2 - 8^2} = \sqrt{336} = 18 \cdot 3$

মইটি দেয়ালের 18.3 ফুট উচ্চতায় ছুঁয়েছে।

8.21 $A = 80^\circ$, $B = 40^\circ$, $C = 60^\circ$

8.22 $A = 90^\circ$

8.23 $3x + 5x + 52 = 180$

$x = 16$

$3(16) = 48$

$5(16) = 80$

কোণগুলো হল 48° এবং 80° ।

8.24 $A + B = 156^\circ$

$A = C$

$A + B + C = 180^\circ$

$\angle B = 132^\circ$

8.25 $x = 10$

8.26 $x = 4.5$

8.27 বাহুগুলো 15 এবং 18 সে.মি.।

8.28 গাছটা 36 ফুট উঁচু।

8.29 $\frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

ক্ষেত্রফল হল $1\frac{1}{3}$ ইঞ্চি²।

8.30 $r = 10$

8.31 $\pi \times 1.5 \times 2 = 3\pi$ সে.মি. অথবা প্রায় 9.4 সে.মি.।

8.32 $A = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{8}\pi$ ইঞ্চি² = 3.5 ইঞ্চি²।

$P = \frac{1}{2} \times 3\pi + 3 = (1.5\pi + 3)$ ইঞ্চি² = 7.7 ইঞ্চি²।

ক্ষেত্রফল প্রায় 3.5 ইঞ্চি² এবং পরিসীমা 7.7 ইঞ্চি।

8.33 $R = \frac{5}{8}$ ইঞ্চি

$r = \frac{3}{8}$ ইঞ্চি

আংটির ক্ষেত্রফল হল $\pi(R^2 - r^2)$ ক্ষেত্রফল হল $\frac{\pi}{4}$ বর্গ ইঞ্চি বা 0.79 ইঞ্চি²।

8.34 142 ইঞ্চি²।

8.35 600 ইঞ্চি²।

8.36 204.48 ইঞ্চি²।

8.37 $60\pi + 2(9\pi) = 78\pi$

সমগ্র তলের ক্ষেত্রফর হল 78π ইঞ্চি² বা 245 ইঞ্চি²।

8.38 125 সে.মি.³।

8.39 $25\pi h = 290$

$h = 3.7$ সে.মি. (প্রায়)

8.40 $\pi(4)(7) = 28\pi$ বা 88

88 ইঞ্চি³

8.41 (a) 0.39 (b) 0.47 (c) 1.43

8.42 (a) 30° (b) 45°

8.43 $\sin 30^\circ = \frac{x}{20}$

$x = 10$

8.44 $\tan \alpha = \frac{5}{5}$

$\alpha = 45$

কোণটা হল 45°

8.45 $\tan 60 = \frac{x}{20}$

$x = 34.6$

ফ্ল্যাগপোলটার দৈর্ঘ্য হল 34.6 ফুট।

8.46 A + y অক্ষে

B - x অক্ষে

C হল উৎস যেখানে অক্ষদ্বয় পরস্পরকে ছেদ করে।

D হল IV চতুর্ভাগে

E হল II চতুর্ভাগে

F হল III চতুর্ভাগে

- 8.47 যখন x -সংখ্যাগুলো সমান হয়, বিন্দুগুলোর মধ্যবর্তী রেখা উল্লম্ব হয়।
যখন y -সংখ্যাগুলো সমান হয়, রেখাটা হয় অনুভূমিক।
- 8.48 (a) 4 (b) 2
- 8.49 (a) 5 (b) 6
- 8.50 $\sqrt{9 + 16} = 5$
- 8.51 $\sqrt{36 + 9} = \sqrt{45}$
- 8.52 $10 \times \frac{3}{2} = 15$
15 বর্গ একক
- 8.53 $(13 - 5)(6 - 2) = 8(4) = 32$
32 বর্গ একক
- 8.54 উদাহরণটাকে আদর্শ হিসেবে ব্যবহার কর।
আয়তটা 70 বর্গ একক।
ত্রিভুজগুলো 2, 6, 12, 13.5 বর্গ একক।
বহুভুজটা 36.5 বর্গ একক।





सेकेडरि एडुकेशन कोयलिटी आन्ड आकसेस एनहान्सेन्ट प्रजेक्ट (SEQAEP) एर
पाठाभ्यास उन्नयन कर्मसूचिर् जन्य मुद्रित ।

बिक्रिर् जन्य नय